

## 基于 MEMS-IMU 辅助的高动态 GPS 选星方法设计

何晓峰, 胡小平, 吴美平, 唐康华

(国防科学技术大学 机电工程与自动化学院, 长沙 410073)

**摘要:**一般的 GPS 选星方法通过搜索选取使几何精度衰减因子最小的 4 颗卫星, 对于高动态应用特别是在水平姿态角较大的情况下, 传统的选星方法存在许多局限性。针对低成本的 MEMS-IMU/GPS 组合导航系统, 提出了基于 MEMS-IMU 辅助的 GPS 选星方法; 针对高动态载体姿态变化较大的问题, 采用 MEMS-IMU 输出的高速率姿态信息压缩卫星搜索范围, 通过选取不超过 6 颗可见卫星来降低几何精度衰减因子, 从而提高定位性能。使用半实物仿真数据, 验证了所提出的方法。测试结果表明, 与传统的选星方法相比, 基于 MEMS-IMU 辅助的 GPS 选星方法在飞机高动态大机动条件下, 优化了卫星星座, 具有精度高、计算量低、可靠性高等优点, 是一种有效的方法。

**关键词:** MEMS-IMU/GPS 组合导航; 高动态; 几何精度衰减因子; 选星

**中图分类号:** U666.1

**文献标识码:** A

## Design of MEMS-IMU-aided high dynamic GPS satellite selection algorithm

HE Xiao-feng, HU Xiao-ping, WU Mei-ping, TANG Kang-hua

(College of Mechatronics and Automation, National Univ. of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Traditional GPS satellite selection algorithm which only using 4 satellites of minimal Geometric Dilution of Precision (GDOP) doesn't work well in application to high dynamic conditions. In view of the application of low-cost MEMS-IMU/GPS integrated navigation system, a MEMS-IMU aided GPS satellite selection algorithm is proposed in this paper. In order to solve the limitation of level attitude changing fast, the algorithm adopted less than 6 satellites to decrease the GDOP value and improve the positioning accuracy, not only 4 satellites normally. Further more, high-rate attitude information by MEMS-IMU was used to compress satellite's searching range. The hardware-in-the-loop simulation was made which verifies that the new algorithm is an effective method that can optimize satellite selection and improve performance of navigation system under the high dynamic condition.

**Key words:** MEMS-IMU/GPS integrated navigation; high dynamic; geometric dilution of precision; satellite selection

GPS是一种全球性、全天候、高精度的卫星导航系统, 并且由于其成本低、误差不累积等优点已成为应用最广泛、最普及的一种导航系统。GPS的定位精度决定于观测值的误差和卫星的空间几何布局, 其中观测值的误差包括卫星的误差、信号传播误差、接收机误差。实践中当硬件与环境条件一旦确定, 观测值的误差也基本确定, 在不考虑苛刻完好性的条件下, 卫星导航定位精度仅与卫星的空间几何布局即卫星星座的选择有关<sup>[1,2,9]</sup>。为表征卫星星座选择对定位精度的影响, 定义了几何精度衰减因子(GDOP), 它实质上是误差放大因子, 在观测值误差相同的条件下, GDOP越小, 定位精度越高。

如何选择最佳的卫星星座, 从而得到最小的GDOP, 主要存在两种研究思路: 第一种方法是对于所有接收到的卫星信

**收稿日期:** 2007-08-27; **修回日期:**

**基金项目:** 国家 863 计划资助(2006AA12Z319); 高等学校博士学科点专项科研基金资助(20069998009)

**作者简介:** 何晓峰(1979—), 男, 博士研究生, 从事微惯导组合、卫星导航和组合导航技术研究。E-mail: hexf\_lit@126.com

**联系人:** 胡小平(1960—), 男, 教授, 博导, 从事导航、制导与控制领域的研究。电话: 0731-4576305

号进行排列组合, 求出所有可能的GDOP, 从而得到对应于最小GDOP的卫星星座; 第二种方法依据统计计算的结论, 选取四颗卫星使其构成的四面体体积最大, 作为最佳的卫星星座, 这是一种近似的方法<sup>[1,8]</sup>。对于高动态环境下, 载体动态性能很大, 特别是当水平姿态角变化剧烈时, GPS卫星受自身或外界物体的遮挡等原因而发生频繁换星, 因此必须不断的进行最佳星座的选取, 这不仅增加了计算量, 而且更重要的是很大程度上降低了导航定位的可靠性<sup>[3]</sup>。为此, 论文研究基于微机电惯性测量元件 (MEMS-IMU) 提供的实时姿态信息, 在高动态条件下辅助最佳星座的计算, 极大的压缩GDO P搜索空间, 增强了导航定位的鲁棒性, 对于飞机、导弹等高动态应用与城市遮挡严重的车载应用均具有重要的应用价值。

## 1 GDOP 的概念与下界

### 1.1 GDOP 的概念

对于GPS定位来说, 任何时刻在地球的任何地点, 都能至少接收到4颗以上的卫星信号, 以三维空间坐标和接收机钟差作为未知数, 建立导航定位解算方程组

$$\mathbf{AX} = \mathbf{L} + \mathbf{e} \quad (1)$$

其中, 待求矢量  $\mathbf{X} = [\delta X \ \delta Y \ \delta Z \ b]^T$ ,  $\delta X, \delta Y, \delta Z$  分别为三维位置误差,  $b$  为接收机钟差等效距离参数, 系数矩阵

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} l^1 & m^1 & n^1 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ l^k & m^k & n^k & -1 \end{bmatrix}, (l^i \ m^i \ n^i) \text{ 为接收机到卫星 } i \text{ 的观测向量的方向余弦, } k \text{ 为该时刻接收机接收到卫星的数目;}$$

$\mathbf{L} = [L^1 \ \cdots \ L^k]^T$ ,  $L^i$  为接收机对应于卫星  $i$  的常数项, 具体形式见文献[3];  $\mathbf{e}$  为残差向量, 一般来说满足  $E(\mathbf{e}) = \mathbf{0}$  <sup>[4]</sup>。

当  $k \geq 4$  时, 可利用最小二乘法求解方程组(1)式

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}^+ \mathbf{L} \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{A}^+ = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T$  为系数矩阵  $\mathbf{A}$  的伪逆。对于GPS接收机接收到的每颗卫星测量信号来说, 是不相关的, 因此假设常数向量  $\mathbf{L}$  的方差阵是单位阵的常数倍, 即

$$\text{cov}(\mathbf{L}) = \mathbf{I}_k \sigma_u^2 \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{I}_k$  是  $k \times k$  单位阵,  $\sigma_u^2$  是信号测量方差。

根据误差传递规律, 结合式(2)(3)得未知向量  $\mathbf{X}$  的方差阵为

$$\text{cov}(\mathbf{X}) = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{I}_k \sigma_u^2 = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \sigma_u^2 = \mathbf{Q} \sigma_u^2 \quad (4)$$

并且假设  $\text{cov}(\mathbf{X})$  的对角线元素依次为  $\sigma_x^2$ 、 $\sigma_y^2$ 、 $\sigma_z^2$ 、 $\sigma_b^2$ , 则定义GDOP为

$$GDOP = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 + \sigma_b^2} / \sigma_u \quad (5)$$

注意式(4), 则有

$$GDOP = \sqrt{Q_{11} + Q_{22} + Q_{33} + Q_{44}} = \sqrt{\text{trace}(\mathbf{Q})} \quad (6)$$

其中,  $\text{trace}(\mathbf{Q})$  为权逆阵  $\mathbf{Q}$  的迹。

### 1.2 GDOP 的下界

由式(4)可得

$$\mathbf{Q}^{-1} = \mathbf{A}^T \mathbf{A} = \begin{bmatrix} l^1 & l^2 & \cdots & l^k \\ m^1 & m^2 & \cdots & m^k \\ n^1 & n^2 & \cdots & n^k \\ -1 & -1 & \cdots & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l^1 & m^1 & n^1 & -1 \\ l^2 & m^2 & n^2 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ l^k & m^k & n^k & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^k (l^i)^2 & \square & \square & \square \\ \square & \sum_{i=1}^k (m^i)^2 & \square & \square \\ \square & \square & \sum_{i=1}^k (n^i)^2 & \square \\ \square & \square & \square & k \end{bmatrix} \quad (7)$$

上式忽略了非对角线元素, 而且由于  $(l^i \ m^i \ n^i)$  是接收机至卫星  $i$  的方向余弦, 因此满足

$$(l^i)^2 + (m^i)^2 + (n^i)^2 = 1 \quad (8)$$

于是,

$$\sum_{i=1}^k (l^i)^2 + \sum_{i=1}^k (m^i)^2 + \sum_{i=1}^k (n^i)^2 = k \quad (9)$$

定理1: 若矩阵  $\mathbf{M}$  为  $k \times k$  的正定阵, 而且  $\mathbf{N} = \mathbf{M}^{-1}$ , 则  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{N}$  的所有对角线元素  $\{m_{ii}\}$ 、 $\{n_{ii}\}$  满足不等式  $m_{ii} n_{ii} \geq 1$ 。

由式(7)知,  $\mathbf{Q}^{-1}$  是正定阵, 应用定理1, 式(6)可以写为

$$GDOP = \sqrt{Q_{11} + Q_{22} + Q_{33} + Q_{44}} \geq \sqrt{1/\sum_{i=1}^k (l^i)^2 + 1/\sum_{i=1}^k (m^i)^2 + 1/\sum_{i=1}^k (n^i)^2 + 1/k} \quad (10)$$

当且仅当权逆阵  $\mathbf{Q}$  为对角阵时, 取等号。结合式(9)可知, 当且仅当

$$\sum_{i=1}^k (l^i)^2 = \sum_{i=1}^k (m^i)^2 = \sum_{i=1}^k (n^i)^2 = \frac{k}{3} \quad (11)$$

时, 式(10)右端取最小值, 即为

$$GDOP \geq \sqrt{1/\sum_{i=1}^k (l^i)^2 + 1/\sum_{i=1}^k (m^i)^2 + 1/\sum_{i=1}^k (n^i)^2 + 1/k} \geq \sqrt{\frac{3}{k} + \frac{3}{k} + \frac{3}{k} + \frac{1}{k}} = \sqrt{\frac{10}{k}} \quad (12)$$

上式说明了随着可见卫星数目的增加, GDOP的下界不断减小, 即可见卫星越多, GDOP越小, 定位精度越高, 如图1所示, 这与文献[4,5]的结论相同。

## 2 基于 MEMS-IMU 辅助的 GPS 选星方法

该方法采用低成本的MEMS-IMU辅助GPS卫星接收机进行无缝导航, 或者将MEMS-IMU与GPS接收机进行不同层次(松组合、紧组合、深组合)的组合导航, 从而实时输出载体的位置、速度和姿态信息<sup>[6]</sup>。同时, 导航信息通过反馈校正补偿MEMS-IMU的器件误差。

基于这些研究成果, 针对高动态载体(例如战斗机)做机动性强动作的过程中, GPS卫星信号频繁失锁, 导致GDOP增大, GPS定位精度降低, 提出了基于MEMS-IMU辅助进行GPS星座的选择。该方法的基本思路是根据MEMS-IMU或者组合导航输出高速率(典型值为100Hz)的载体姿态角, 若俯仰角和滚动角较大(大于 $5^\circ$ )时, 预测下一个GPS历元将

失锁的卫星, 提前选择使GDOP最小的4~6颗卫星, 从而避免每次重新搜索最优的卫星星座。由于GPS接收机典型的输出频率为1Hz, 即使采用10Hz的接收机也很难满足高动态环境的频繁最佳卫星星座选择与搜索, 而且一般机载系统计算能力有限, 若每个历元都进行GDOP的最小值搜索将大大增加计算量, 降低系统的稳定性。采用高速率的姿态信息压缩选星方法的搜索空间, 提前进行了星座选择计算, 从总体上而言, 减小了整个导航系统的计算量; 对于每个GPS定位历元而言, 是将此时刻的计算量提前在系统相对空闲时完成。对于组合导航来说, 一般选择GPS定位周期作为滤波周期, 因此在每个GPS历元, 需要进行大量的矩阵滤波计算, 计算量非常大, 有时还需进行最小GDOP的搜索计算, 对于导航系统来说, 增大了计算负担, 同时也降低了系统的可靠性。

假设由MEMS-IMU经惯性导航解算或者组合导航计算输出的姿态信息频率为100Hz, 计数器变量  $IMU\_count \in [0, 99]$ , GPS定位频率为1Hz, 当接收到GPS定位结果时  $IMU\_count$  置零; 而且不考虑卫星信号信噪比小于某阈值的卫星, 因此可令上一GPS时刻可见卫星集合  $M = \{S_i | elevation_i \geq 5^\circ\}$ , 其中  $elevation_i$  为第  $i$  颗卫星的俯仰角, 角度均以度为单位, 则该方法步骤如下:

步骤1: 若  $IMU\_count=90$  时, 进入步骤2, 否则转到步骤6;

步骤2: 若载体滚动角的绝对值  $|roll|$  大于  $5^\circ$ , 则需更新可见卫星集合  $M$ , 当  $roll < 0$  时,  $M = M - \{S_i | elevation_i < |roll| \text{ \& } (0 < azimuth_i < yaw \text{ 或者 } 180 + yaw < azimuth_i < 360)\}$ ; 当  $roll > 0$  时,  $M = M - \{S_i | elevation_i < |roll| \text{ \& } (yaw < azimuth_i < 180 + yaw)\}$ , 其中  $yaw$  为载体当前的方位角、 $azimuth_i$  为第  $i$  颗卫星的方位角;

步骤3: 若俯仰角  $|pitch|$  大于  $5^\circ$ , 则需更新可见卫星集合  $M$ , 当  $pitch < 0$  时,  $M = M - \{S_i | elevation_i < |pitch| \text{ \& } (90 + yaw < azimuth_i < 270 + yaw)\}$ ; 当  $pitch > 0$  时,  $M = M - \{S_i | elevation_i < |pitch| \text{ \& } (0 < azimuth_i < 90 + yaw \text{ 或者 } 270 + yaw < azimuth_i < 360)\}$ 。该步骤与步骤2的作用是提前剔除接收机已经或者将要失锁的卫星, 从而压缩选星的搜索范围;

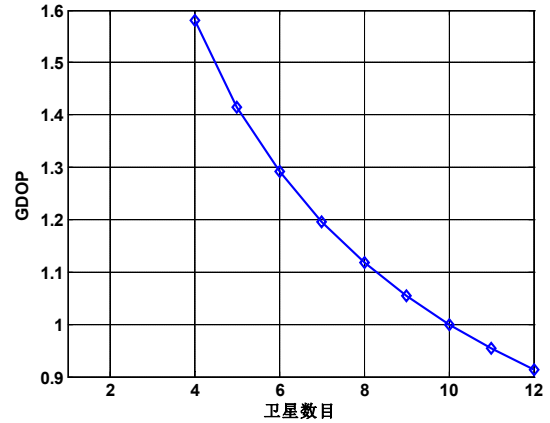


图1 GDOP的下界随卫星数目的增加而减小

Fig.1 GDOP bounds decreasing with the increasing of satellites number

步骤4: 若M集合中的数目大于6时, 使用枚举法求出使GDOP最小的6颗卫星组成的卫星星座  $N$ , 且满足  $N \subset M$ ; 若M集合中的数目小于7且大于等于4时, 令  $N = M$ ; 若M集合中的数目小于4时转到步骤6;

步骤5: 使用卫星星座  $N$ , 进行直接单点定位计算, 或者使用对应四颗卫星的伪距、伪距率、载波相位信息进行组合导航计算;

步骤6: 退出。

上述算法中只考虑  $0 \leq \text{yaw} \leq 180$  的情况, 如果  $\text{yaw} > 180$  则对于步骤2和步骤3中存在矛盾的不等式, 交换不等式的上下限即可。

### 3 仿真实验分析

由于开展高动态飞行实验成本高、难度大, 因此, 采用半实物仿真实验对于本文研究的方法进行验证分析。半实物仿真实验采用某型飞机的一次实验飞行数据, 为了提高机载IMU/GPS组合导航系统的可观性, 进行了一次“S”型机动, 飞行轨迹如图2所示, 飞行过程中的北向、东向和天向速度如图3所示, 飞行姿态如图4所示。

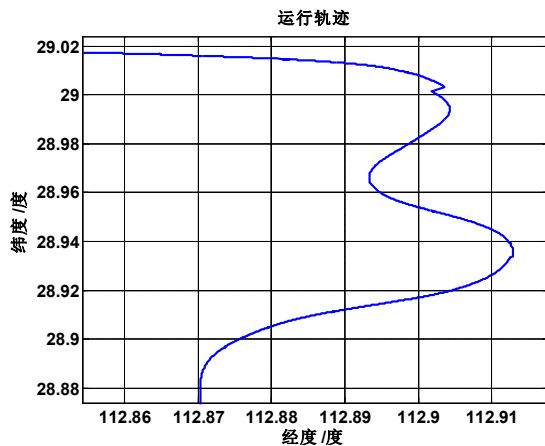


图2 飞行轨迹

Fig.2 Trajectory of a plane

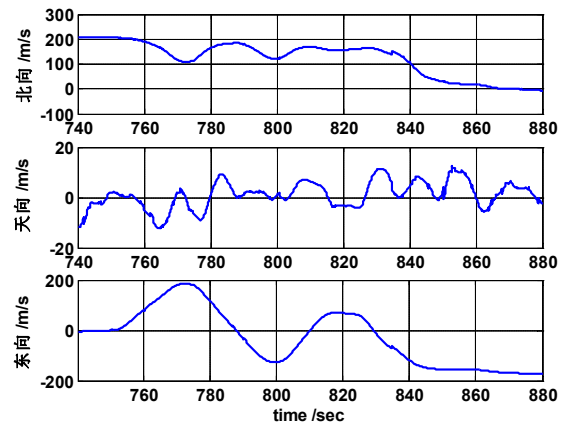


图3 飞行速度曲线

Fig.3 Velocity of the flight

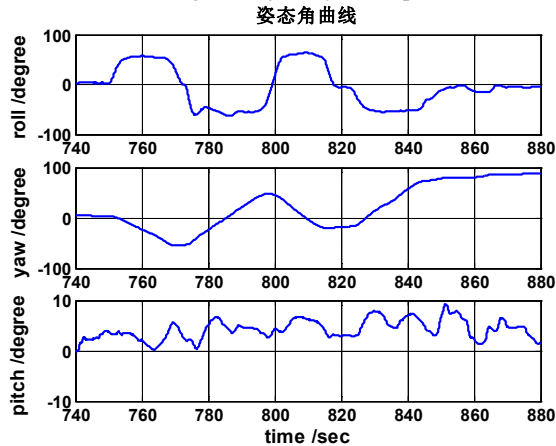


图4 飞行姿态曲线

Fig.4 Attitude of the flight

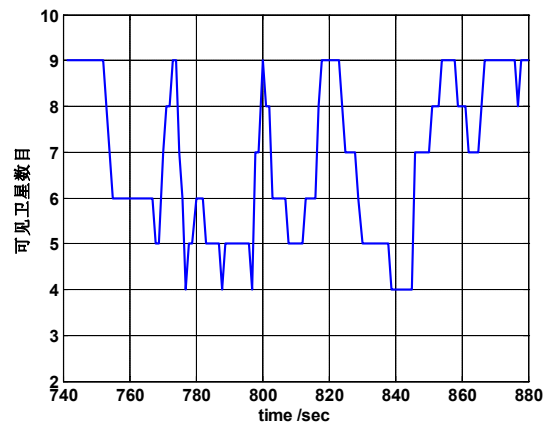


图5 可见卫星数目的变化曲线

Fig.5 Change of the number of visible satellites

采用的MEMS-IMU为XW\_IMU5200惯性测量单元, 陀螺零漂稳定性优于  $100^\circ/\text{h}$ , 加速度计零偏稳定性优于  $0.5 \text{ mg}$ , 更为详细的性能指标见文献[6]。在该次飞行任务中, 由于机载计算机存储容量有限, 没有记录MEMS-IMU的原始数据, 因此在机载战术级IMU的原始数据上叠加MEMS-IMU的噪声特性, 从而得到MEMS-IMU的仿真实验数据。GPS接收机采用航天某研究所自主生产的接收机, 定位精度为  $30 \text{ m(CEP)}$ 。实验参考数据为机载IMU/GPS组合导航融合结果。

由如图5可知, 在飞机做“S”型机动过程中, 飞机的滚动角最大达到了  $63.5^\circ$ , 而且变化率较大, 因此导致接收到的卫星数目变化非常频繁, 而最少卫星数目仅4颗。在这过程中, 几乎每秒钟GPS接收机需要重新进行选星搜索, 而一般低动态无遮挡的应用载体一般每隔30分钟才需进行重新选星计算。

如图6所示, 实线为采用论文研究的基于MEMS-IMU辅助GPS选星方法得到的GDOP随时间变化曲线, 虚线为仅仅只

采用传统的4颗卫星得到最小的GDOP随时间变化曲线。当飞机在水平姿态角较小时, 本方法比传统方法得到的GDOP更小, 这与前述研究GDOP下界的采用卫星越多GDOP越小的理论推导相符合; 当飞机在水平姿态角较大时, 如果可见卫星数目大于4颗, 本方法优于传统方法; 但是当只能接收到4颗卫星的极端情况时, 本方法性能等同于传统方法。

#### 4 结 论

卫星导航接收机与MEMS-IMU进行嵌入式一体化设计与实现已成为组合导航发展的重要趋势和发展方向之一<sup>[7]</sup>。基于MEMS-IMU辅助的GPS选星方法, 根据GDOP值随着卫星数目的增加而减小的原则, 优化了高动态条件下的卫星星座。半实物仿真实验表明, 该方法相对于传统选星方法, 提高了定位精度, 减小了系统计算量, 对于高动态应用具有较强的工程价值。

在许多情况下, 例如高动态机动、遮挡, 可见卫星数目降低至4颗时, GDOP值将大于6, 定位精度大大降低; 甚至短时间内不能接收到4颗卫星, 除了与MEMS-IMU采用紧组合或深组合方式解决外, 可以利用MEMS-IMU估计那些使得GDOP最小的卫星测量值, 保持最优卫星星座, 尽量避免频繁的进行卫星选星, 这方面具有广阔的应用前景, 值得继续深入研究。

#### 参考文献(Reference):

- [1] Yang Yong, Miao Lingjuan. GDOP results in all-in-view positioning and in four optimum satellites positioning with GPS PRN codes ranging[C]// Position Location and Navigation Symposium, IEEE PLANS, April 2004: 723-727.
- [2] 王美玲, 卢磊. 基于模糊算法的 GPS 定位误差估计[J]. 中国惯性技术学报, 2007, 15(2): 185-187.  
WANG Mei-ling, LU Lei. GPS Positioning error evaluation based on fuzzy algorithm[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2007, 15(2): 185-187.
- [3] 薛国义, 周智敏, 王建. 机载环境下的 GPS 测量误差分析与建模[J]. 中国惯性技术学报, 2006, 14(4): 30-34.
- [4] R.Yarlagadda, I.Ali, N.Al-Dhahir, et al. GPS GDOP Metric[C]//IEE Proc. Radar, Sonar and Navigation 2000, 259-264.
- [5] M. S.Phatak. Recursive Method for Optimum GPS Satellite Selection[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2000, 37(2): 751-754.
- [6] 唐康华, 吴美平, 胡小平. MEMS-IMU/GPS 组合导航中的多模态 Kalman 滤波器设计[J]. 中国惯性技术学报, 2007, 15(3): 307-311.  
TANG Kang-hua, WU Mei-ping, HU Xiao-ping. Multiple model Kalman filtering for MEMS-IMU/GPS integrated navigation[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2007, 15(3): 307-311.
- [7] HE Xiaofeng, HU Xiaoping, WU Meiping. Trends in GNSS/INS integrated navigation technology[J]. Coordinates, 2007, 3(3): 26-28.
- [8] Jacek Januszewski. Availability of satellite navigation systems in restricted area[C]//20<sup>th</sup> AIAA International Communication Satellite Systems Conference and Exhibit, May 2002: 1-11.
- [9] Anh Quan Le, Christian Tiberius. Single-frequency precise point positioning with optimal filtering[J]. GPS Solution, 2007, 11(1): 61-69.

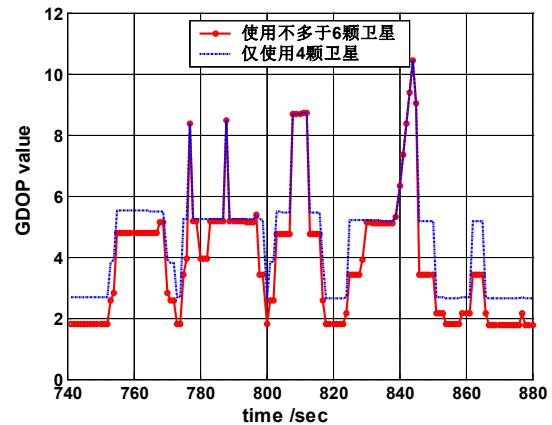


图6 GDOP对比曲线

Fig.6 Comparison of the GDOP