

# 多路径效应分段仿真方法

张利云<sup>1,2</sup> 黄文德<sup>2</sup> 明德祥<sup>2</sup> 盛利元<sup>1</sup>

1 中南大学物理与电子学院, 长沙市麓山南路 932 号, 410083

2 国防科技大学机电工程与自动化学院, 长沙市德雅路 109 号, 410073

**摘 要:**针对多路径效应的建模仿真问题,首先分析多路径效应的静态特性,提取其影响参数,然后根据影响参数建立多路径效应的球谐函数分段模型及三角级数分段模型,并对这两种模型的精度及计算复杂度进行比较。研究表明,采用三角级数模型和球谐函数模型对多路径效应进行分段模拟是可行的,且三角级数模型优于球谐函数模型。

**关键词:**多路径;仿真建模;GNSS 系统;球谐函数;三角级数

**中图分类号:**P228.41

**文献标志码:**A

卫星导航系统地面监测站接收机受环境因素等影响,其测量结果存在误差,必须进行处理。多路径效应是影响全球导航卫星系统(GNSS)接收机测量的主要误差源之一。目前,国内外学者对伪距多路径效应和载波相位多路径效应进行了研究。Axelrod 等<sup>[1]</sup>分析了多路径效应对伪距及载波相位观测的影响,并利用卫星运动的周期性改正多路径效应;McGhee<sup>[2]</sup>提出采用 CMC (code-minus-carrier) 方法进行多路径数据的提取,也有学者根据多路径效应的特性对其进行数据提取<sup>[3-5]</sup>;刘思慧等<sup>[6]</sup>重点分析静止接收机对 GEO 卫星的固有多路径效应现象并对该现象进行特性分析;李国伟等<sup>[7]</sup>以球谐函数的形式分析了 GPS 测站的多路径效应。但是,这些理论或方法多是从硬件或软件方面进行多路径效应的减弱/消除研究,对多路径变化的影响参数分析较少,且缺少对多路径效应本身的仿真,没有建立高精度的多路径效应模型。

本文针对这一问题展开研究,希望通过 IGS 站的观测数据建立高逼真度的多路径效应模型,为监测站接收机的仿真测试提供高精度的误差模型。首先,利用 IGS 站的观测数据,根据 CMC 算法得到多路径数据,在分析多路径数据变化规律的基础上,提取多路径的影响参数,并进行相关性分析;然后,采用球谐函数和三角级数对多路径效应进行分段建模仿真,并给出两种模型的模型残差;最后,对多路径效应两种模型的模型精度和计

算复杂度进行对比。

## 1 多路径效应及其特性分析

地面监测站接收机接收的信号不仅包括直达信号,也包括被建筑物/地面反射或散射形成的多路径信号,从而信号的延时和相位发生畸变,对定位解算产生影响。从卫星  $j$  到接收机  $r$  的伪距和以距离表示的载波相位观测量分别为:

$$P_{r,i}^j = \rho_r^j + \delta\rho_{\text{Tro}}^j + \frac{\delta\rho_{\text{Ion}}^j}{f_i^2} + M_{r,i}^j + c(\delta t_r - \delta t^{s,j}) + e_{r,i}^j \quad (1)$$

$$\varphi_{r,i}^j = \rho_r^j + \delta\rho_{\text{Tro}}^j - \frac{\delta\rho_{\text{Ion}}^j}{f_i^2} + m_{r,i}^j + c(\delta t_r - \delta t^{s,j}) + N_{r,i}^j\lambda_i + \epsilon_{r,i}^j \quad (2)$$

其中,  $\rho_r^j$  为卫星和接收机之间的几何距离,  $\delta t_r$ 、 $\delta t^{s,j}$  分别为接收机钟和卫星钟的钟差,  $\delta\rho_{\text{Tro}}^j$  为对流层延迟,  $\delta\rho_{\text{Ion}}^j$  为电离层延迟,  $f_i$  为载波频率,  $M_{r,i}^j$ 、 $m_{r,i}^j$  分别为伪码多路径效应和载波相位多路径效应,  $N_{r,i}^j$  为  $f_i$  频率的载波相位模糊度,  $e_{r,i}^j$ 、 $\epsilon_{r,i}^j$  为伪码观测和载波观测的随机误差,  $\lambda_i$  为载波频率  $f_i$  信号的波长。

假定  $L_1$  和  $L_2$  信号的传播路径相同,根据 CMC<sup>[2]</sup>方法,从卫星  $j$  到接收机  $r$  的  $L_1$  信号的多路径效应为:

$$M_{r,i}^j = P_{r,i}^j - \varphi_{r,i}^j - \frac{2}{\alpha - 1}(\varphi_{r,i}^j - \varphi_{r,i}^{j,2}) = M_{r,i}^j - N_{r,i}^j\lambda_1 - \frac{2}{\alpha - 1}(N_{r,i}^j\lambda_1 - N_{r,i}^j\lambda_2) + e_{\text{MPI}} =$$

收稿日期:2014-02-13

项目来源:国家高技术研究发展计划(2012AA121804);第二代卫星导航重大专项(GFZX0301010105)。

第一作者简介:张利云,硕士生,主要研究方向为卫星导航系统技术,E-mail: csuzly11@163.com。

$$M_{r,1}^i + B_{r,1}^i + e_{\text{MPI}} \quad (3)$$

其中,  $\alpha = f_1^2 / f_2^2$ , 载波相位多路径  $m_{r,1}^i$  相对于伪码多路径  $M_{r,1}^i$  较小, 可忽略不计<sup>[8]</sup>,  $e_{\text{MPI}}$  为计算过程中的随机误差,  $B_{r,1}^i = -N_{r,1}^i \lambda_1 - \frac{2}{\alpha - 1} (N_{r,1}^i \lambda_1 - N_{r,2}^i \lambda_2)$ , 为相位不确定度引入的误差。

选取中国境内的 IGS 站——乌鲁木齐站 (URUM)、北京房山站 (BJFS)、长春站 (CHAN)、成都站 (CEDU) 和武汉站 (WUHN) 一周 (2013-05-01~2013-05-07) 的伪距、载波相位观测数据进行分析, IGS 观测数据文件的数据采样率为 30 s。以 URUM 站的分析为例, URUM 站在 ITRF2005 参考框架下的概略坐标 (XYZ) 为 193 030.362、4 606 851.294、4 393 311.512。根据最大高度角不同, 选取 GPS 卫星 PRN06 (最大高度角为 48.40°)、PRN18 (最大高度角为 78.42°)、PRN15 (最大高度角为 68.56°) 作为观测对象。根据式 (3) 提取各卫星  $L_1$  信号在可见时段内的多路径效应数据。此时, 得到的数据中除包含伪码多路径外, 仍含有随机误差、接收机内部噪声等高频噪声, 本文的研究不考虑高频噪声的影响。然后, 根据 URUM 站的位置坐标和各卫星的精密轨道文件, 计算各卫星在不同时刻的高度角, 得到在卫星可见时段内多路径效应与卫星高度角的关系。多路径效应具有周期性<sup>[9]</sup>, 在一个周期中的可见时段内 URUM 站多路径效应与卫星高度角的变化如图 1 所示。

由图 1 可知, 多路径效应随卫星高度角的增加而减小, 且高度角较小时, 多路径抖动幅度较大, 高度角较大时, 多路径抖动较小。对多路径和高度角的相关性进行分析, 得到多路径和高度角的散点图, 如图 2 所示。

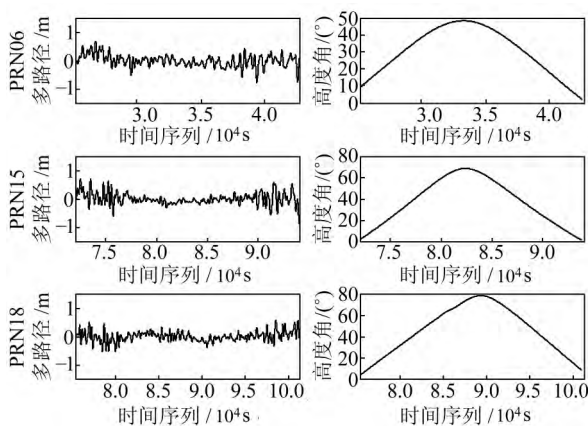


图 1 卫星的多路径效应及高度角

Fig. 1 Multipath and elevation of each satellite

图 2 中, 多路径效应随高度角的变化在某条曲线附近波动, 随着高度角的逐渐增大, 波动逐渐

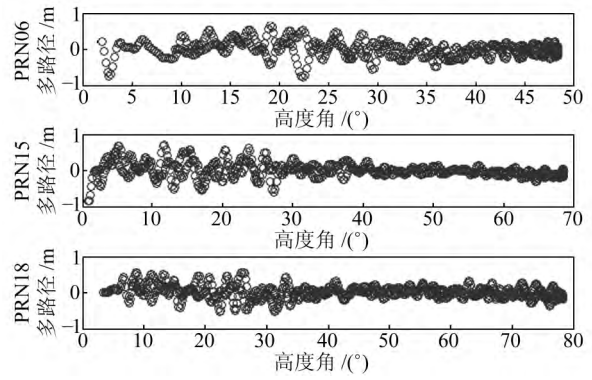


图 2 多路径和高度角的散点图

Fig. 2 Scatter diagram between multipath and elevation

变小。由相关性判断<sup>[10]</sup>可知, 多路径效应和高度角非线性相关, 因此可根据高度角对多路径效应进行仿真建模。

## 2 多路径效应的仿真建模

由图 2 中多路径效应随高度角的变化可知, 当高度角大于某个值时, 多路径效应将明显减弱。为建立适度简化而又具有足够精度的多路径效应模型, 本文根据高度角将多路径效应数据分为两部分, 采用分段方法进行建模仿真。

### 2.1 基于球谐函数的多路径效应分段仿真模型

利用球谐函数<sup>[11]</sup>模拟多路径效应的变化:

$$M_p(\theta, \varphi) = \sum_{n=0}^N \sum_{k=0}^n (A_n^k \cos(k\varphi) + B_n^k \sin(k\varphi)) P_n^k(\cos\theta) \quad (4)$$

式中,  $M_p(\theta, \varphi)$  为多路径数据,  $\varphi$  为卫星的方位角,  $\theta$  为卫星的高度角,  $N$  为模型阶数,  $P_n^k(\cos\theta)$  为完全规格化的缔合勒让德函数<sup>[12]</sup>,  $A_n^k$ 、 $B_n^k$  为球谐函数模型系数, 即待求的多路径效应模型系数。

根据高度角建立多路径效应的分段球谐函数模型:

$$M_p(\theta, \varphi) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N_1} \sum_{k=0}^n (A_n^k \cos(k\varphi) + B_n^k \sin(k\varphi)) P_n^k(\cos\theta) & \theta_1 \leq \theta < \theta_2 \\ \sum_{n=0}^{N_2} \sum_{k=0}^n (A_n^k \cos(k\varphi) + B_n^k \sin(k\varphi)) P_n^k(\cos\theta) & \theta_2 \leq \theta \leq \theta_3 \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $\theta_1$ 、 $\theta_3$  分别为卫星在可见时段内高度角的最小值、最大值,  $\theta_2$  为设定的高度角分段值。

在各分段区间内, 利用多个历元的多路径数据及其对应的高度角、方位角, 建立球谐函数的观测方程:

$$\mathbf{M}_p = \mathbf{M}_{\text{sphere}} \mathbf{X} \quad (6)$$

$$\mathbf{M}_p = \begin{bmatrix} M_{p_1} \\ M_{p_2} \\ \vdots \\ M_{p_t} \end{bmatrix}_{t \times 1}, \mathbf{M}_{\text{sphere}} = \begin{bmatrix} M_1(\theta_1, \varphi_1) & M_2(\theta_1, \varphi_1) & \cdots & M_{(N+1)^2}(\theta_1, \varphi_1) \\ M_1(\theta_2, \varphi_2) & M_2(\theta_2, \varphi_2) & \cdots & M_{(N+1)^2}(\theta_2, \varphi_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ M_1(\theta_t, \varphi_t) & M_2(\theta_t, \varphi_t) & \cdots & M_{(N+1)^2}(\theta_t, \varphi_t) \end{bmatrix}_{t \times (N+1)^2}, \mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{(N+1)^2} \end{bmatrix}_{(N+1)^2 \times 1}$$

其中,  $\mathbf{M}_p$  为  $t$  个历元的多路径数据,  $\mathbf{M}_{\text{sphere}}$  为球谐函数模型的系数矩阵,  $\mathbf{X}$  为待求系数。

因相邻历元间高度角和方位角变化很小, 系数矩阵  $\mathbf{M}_{\text{sphere}}$  的数据间有一定的相关性, 导致求解过程存在严重的病态问题。本文采用岭估计<sup>[13]</sup>的方法解决这一问题。

针对上述模型, 岭估计计算方法为:

$$\mathbf{X} = (\mathbf{M}_{\text{sphere}}^T \mathbf{M}_{\text{sphere}} + K\mathbf{I})^{-1} \mathbf{M}_{\text{sphere}}^T \mathbf{M}_p \quad (7)$$

其中,  $K > 0$ , 为岭参数。本文中  $K$  取  $1 \times 10^{-9}$ ;  $\mathbf{I}$  为和  $\mathbf{M}_{\text{sphere}}$  同维数的单位矩阵。

## 2.2 基于三角级数的多路径效应分段仿真模型

根据图2中数据的变化规律, 采用三角级

$$\mathbf{M}_p = \mathbf{M}_{\text{trigon}} \mathbf{X} \quad (9)$$

$$\mathbf{M}_p = \begin{bmatrix} M_{p_1} \\ M_{p_2} \\ \vdots \\ M_{p_t} \end{bmatrix}_{t \times 1}, \mathbf{M}_{\text{trigon}} = \begin{bmatrix} M_1(\theta_1, \varphi_1) & M_2(\theta_1, \varphi_1) & \cdots & M_{2N+3}(\theta_1, \varphi_1) \\ M_1(\theta_2, \varphi_2) & M_2(\theta_2, \varphi_2) & \cdots & M_{2N+3}(\theta_2, \varphi_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ M_1(\theta_t, \varphi_t) & M_2(\theta_t, \varphi_t) & \cdots & M_{2N+3}(\theta_t, \varphi_t) \end{bmatrix}_{t \times (2N+3)}, \mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_{(2N+3)} \end{bmatrix}_{(2N+3) \times 1}$$

其中,  $\mathbf{M}_p$  为  $t$  个历元的多路径数据,  $\mathbf{M}_{\text{trigon}}$  为三角级数模型的系数矩阵,  $\mathbf{X}$  为待求系数。

多路径效应三角级数模型的解算过程也存在病态问题, 其分段及解算与球谐函数模型类似。

## 3 试验与分析

根据 URUM 站一周(2013-05-01~2013-05-07)  $L_1$  信号的多路径数据, 通过比较分析的方法分别获得模型分段的最佳高度角取值。在分段和不分段两种情况下, 对多路径效应的球谐函数模型和三角级数模型进行模型解算, 并比较两种模型的模型精度。在模型解算过程中, 取相同的卫星截止高度角( $10^\circ$ )。

### 3.1 球谐函数仿真模型的验证分析

采用球谐函数对多路径效应建模仿真时, 高度角的分段值  $\theta_2$  取值如下:

$$\theta_2 = k \cdot \theta_3 \quad (10)$$

其中,  $k \in [0, 1]$ ,  $k = \begin{cases} 0, & \text{不分段, 模型阶数为 } N_2 \\ 1, & \text{不分段, 模型阶数为 } N_1 \\ \text{其他, 分段} \end{cases}$

当模型阶数较小时, 模型模拟数据的精细程度较低; 当模型阶数过高时, 系数矩阵的病态问题将会严重加重。据此原则, 试验分析时,  $N_1$  为 35,  $N_2$  为 25。根据 URUM 站对卫星 PRN06、PRN15、

数<sup>[14]</sup>建立多路径效应模型:

$$M_P(\theta, \varphi) = a_1 + a_2 \cos \theta + \sum_{i=1, j=2i+1}^N \{a_j \cos(i\varphi) + a_{j+1} \sin(i\varphi)\} + a_{2N+3} \cos \theta \cos \varphi \quad (8)$$

其中,  $a_j$  为三角级数模型的系数, 即待求的多路径模型系数。

同球谐函数仿真模型的计算过程类似, 建立多路径效应的三角级数分段模型。在各分段区间, 利用多个历元的多路径数据及其对应的高度角、方位角, 分别建立三角级数模型的观测方程:

PRN18 的多路径、高度角及方位角数据建立多路径效应的球谐函数分段模型。根据建立的球谐函数模型计算不同高度角、方位角对应的多路径效应, 并将其和实测值比较, 得到模型残差的协方差。不同的  $k$  值对应的模型残差的协方差如图3所示。

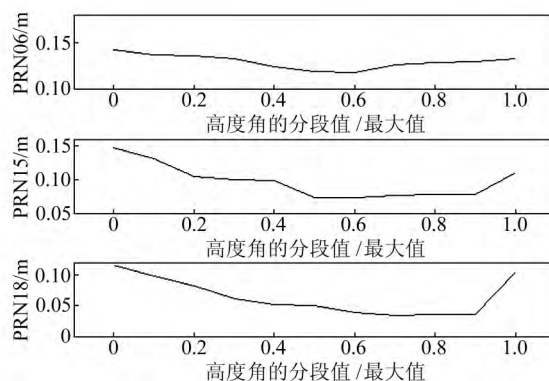


图3 多路径球谐函数模型的模型残差的协方差

Fig. 3 Multipath variance of spherical harmonic function model error

由图3可知, 多路径球谐函数模型的模型残差的协方差随着  $k$  值先逐渐减小, 然后再逐渐增大。当模型不分段时, 模型残差的协方差大于任意分段值对应的模型残差的协方差。选取模型残差协方差最小时的  $k$  值, 根据多路径效应的球谐函数分段模型计算各卫星对应的多路径数据及模型残差, 如图4所示。

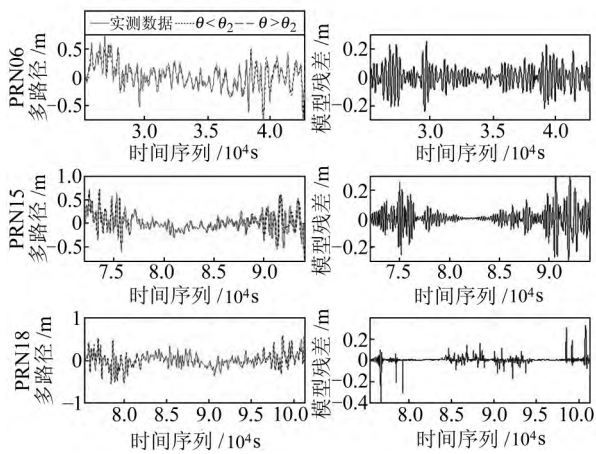


图 4 多路径的球谐函数模型及模型残差  
Fig. 4 Segmented spherical harmonic function model and model err of multipath

由图 4 可知,根据球谐函数分段模型得到的多路径计算值和多路径实测数据基本重合;在模型解算过程中,虽然模型阶数  $N_2$  低于模型阶数  $N_1$ ,但前者的模型残差明显小于后者。

3.2 三角级数仿真模型的验证分析

与多路径球谐函数模型的解算过程类似,建立多路径效应的三角级数分段模型。根据模型阶数的确定原则,试验分析时, $N_1$  为 350, $N_2$  为 150,不同  $k$  值对应的模型残差的协方差如图 5 所示。

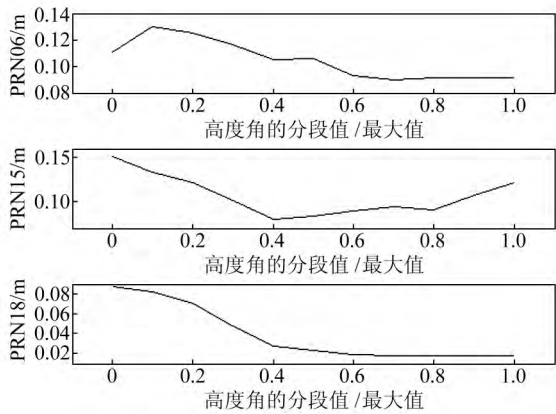


图 5 多路径三角级数模型的模型残差的协方差  
Fig. 5 Multipath variance of segmented trigonometric series function model err

由图 5 可知,采用三角级数仿真多路径效应时,分段模型的模型误差低于不分段模型。选取模型残差协方差最小时的  $k$  值,根据多路径三角级数分段模型计算各卫星的多路径数据及模型残差,如图 6 所示。

由图 6 可知,采用三角级数建立的多路径分段模型和实测多路径数据基本一致,即可用三角级数对多路径进行建模仿真。

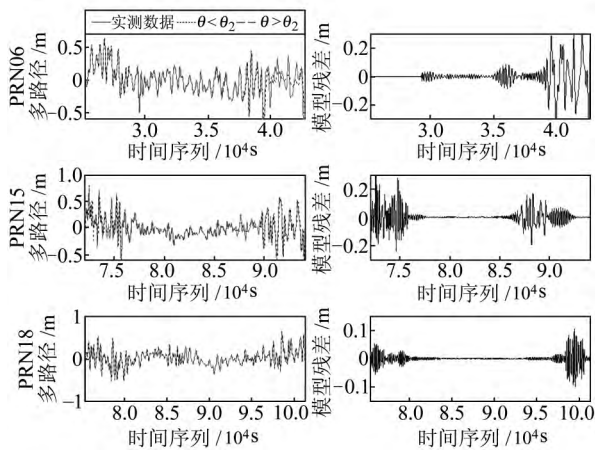


图 6 多路径的三角级数模型及模型残差  
Fig. 6 Segmented trigonometric series function model and model err of multipath

3.3 结果对比

采用球谐函数和三角级数均可对多路径效应进行建模仿真,但是在模型建立过程中,模型阶数决定了模型系数的个数和模型的准确度,而模型系数的个数又决定了采用该模型计算多路径效应的运算速度和复杂度。本文建立的多路径球谐函数分段模型和三角级数分段模型各项参数比较结果如表 1 所示,其中  $\theta_2$  为设定的高度角分段值。

由表 1 可知,当多路径的球谐函数模型和三角级数模型的模型系数个数相近时,三角级数模型的模型精度高于球谐函数模型。同时,在模型解算过程中,三角级数模型的计算速度快于球谐函数模型。

表 1 模型参数比较

Tab. 1 Model parameters contrast

模型参数	球谐函数模型				三角级数模型			
卫星编号	PRN06		PRN15		PRN06		PRN15	
高度角/(°)	$<\theta_2$ $>\theta_2$		$<\theta_2$ $>\theta_2$		$<\theta_2$ $>\theta_2$		$<\theta_2$ $>\theta_2$	
模型系数个数	1 296	676	1 296	676	1 295	675	1 295	675
标准差/m	0.118		0.072		0.081		0.050	
			0.035				0.000 2	

4 结 语

多路径效应是制约高精度 GNSS 导航定位的主要误差因素,对多路径效应进行高精度建模

仿真,对于定位解算中多路径效应的消除及 GNSS 环境影响的仿真具有重大影响。本文主要介绍了利用 IGS 观测数据仿真多路径模型的数据处理方法和结果。分析表明,采用球谐函数和

三角级数可模拟仿真地面监测站的多路径效应,分段模型优于不分段模型,且多路径的三角级数分段模型较球谐函数分段模型具有更好的运算效率和模型精度。当卫星的最大高度角不同时,多路径模型的最佳分段值也不同。采用接收机定位软件,通过比较多路径效应修正与不修正两种情况下 IGS 站的定位误差,也可得出相同结论。本文提出的多路径效应的建模仿真方法虽然针对地面监测接收机的测试,但对一般用户终端测试也具有参考价值。

## 参考文献

- [1] Axelrod P, Larson K, Jones B. Use of the Correct Satellite Repeat Period to Characterize and Reduce Site-specific Multipath Errors[C]. ION GNSS 18th International Technical Meeting of the Satellite Division, Long Beach CA, 2005
- [2] McGhee K E. Site-specific Point Positioning and GPS Code Multipath Parameterization and Prediction[D]. The Ohio University, 2011
- [3] Ge L L, Han S W, Rizos C. Multipath Mitigation of Continuous GPS Measurements Using an Adaptive Filter[J]. GPS Solutions, 2000, 4(2):19-30
- [4] Wanninger L, May M. Carrier Phase Multipath Calibration of GPS Reference Stations[C]. ION GPS 2000, Salt Lake City, 2000
- [5] Bruce M, Hannah B M. Modelling and Simulation of GPS Multipath Propagation [D]. Queensland University of Technology, 2009
- [6] 刘思慧,樊婧琦,欧钢,等.多径效应的动态特性对码跟踪环路的影响分析[J].测绘学报,2011,40:89-94 (Liu Sihui, Fan Jingqi, Ou Gang, et al. Effects of Dynamics of Multipath on Code Tracking Loop[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2011,40:89-94)
- [7] 李国伟,郭金运,原永东,等. GPS 测站多路径效应建模研究[J]. 测绘科学, 2013, 38(3): 7-9 (Li Guowei, Guo Jinyun, Yuan yongdong, et al. Studies of Modeling Multipath Effect at GPS Station[J]. Science of Surveying and Mapping, 2013,38(3):7-9)
- [8] 谢钢. GPS 原理与接收机设计[M]. 北京:电子工业出版社, 2009(Xie Gang. Principle of GPS and Receiver Design [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009)
- [9] Park K D, Nerem R S, Schenewerk M S, et al. Site-Specific Multipath Characteristics of Global IGS and CORS GPS Sites[J]. Journal of Geodesy,2004,77:799-803
- [10] 甘仞初. 动态数据的统计分析[M]. 北京:北京理工大学出版社, 1991 (Gan Renchu, Statistical Analysis of Dynamic Data[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1991)
- [11] Heiskanen W A, Moritz H. Physical Geodesy[M]. San Francisco: Freeman W H, 1967
- [12] Abramowitz M, Stegun I A. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables[M]. New York:Dover,1965
- [13] Hoerl A E, Kennard R W. Regression Biased Estimation for Non-orthogonal Problem [J]. Technometrics, 1970 (12):55-68
- [14] Zygmund A. Trigonometric Series[M]. Cambridge University Press,1959

# Simulation Modeling of Multipath Effect for Satellite Navigation Monitoring Station Receiver Based on a Segmentalization Technique

ZHANG Liyun<sup>1,2</sup> HUANG Wende<sup>2</sup> MING Dexiang<sup>2</sup> SHENG Liyuan<sup>1</sup>

1 College of Physics and Electronic, Central South University, 932 South-Lushan Road, Changsha 410083, China

2 College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, 109 Deyu Road, Changsha 410073, China

**Abstract:** Multipath effect is one of the main errors that affect the positioning accuracy of satellite navigation receiver. Aiming at multipath modeling, firstly, property of static multipath is analyzed, parameters that influence multipath are extracted, and correlation relationship between them is established. Then, segmented spherical harmonic and segmented trigonometric series function model of multipath are constructed, and the precision and complexity of these two models are compared. The result shows that segmented constructing multipath model using trigonometric series model and spherical harmonic function model is feasible and the former is better than the latter.

**Key words:** multipath; simulation and modeling; GNSS system; spherical harmonic function; trigonometric series function