

一种基于系数择优的低阶球谐电离层延迟改正模型^{*}

康 娟^{1,2} 王 玲¹ 黄文德²

1(湖南大学电气与信息工程学院 长沙 410073)

2(国防科学技术大学机电工程与自动化学院 长沙 410073)

摘要 针对单频接收机的电离层延迟改正问题,提出了一种基于系数择优的低阶球谐电离层延迟改正模型。按照电离层延迟改正模型参数择优问题的描述,明确参数优化的目标和约束条件,根据参数选择可编码的特点,提出了利用遗传算法进行参数择优的方法及步骤。以欧洲定轨中心(CODE)提供的电离层数据作为参考标准,对参数择优模型、低阶球谐模型和Klobuchar模型模拟的区域电离层VTEC精度进行了比较分析。结果表明,较之相同系数个数的低阶球谐模型,参数择优模型精度平均改进了1~2 TECU,而且比Klobuchar模型及低阶球谐模型能更好地反映电离层的周日变化及纬度变化特征。

关键词 电离层延迟改正模型, 球谐模型, 参数优化, 精度分析

中图分类号 P 353

Optimized Spherical Harmonic Function Model for Ionospheric Delay Correction

KANG Juan^{1,2} WANG Ling¹ HUANG Wende²

1(College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410073)

2(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073)

Abstract Aiming at the ionospheric delay correction of single-frequency receiver, this paper proposes an optimized low-order spherical harmonic function model. Firstly, the description method of optimized ionospheric delay correction model is discussed and the objective and restraint condition of optimizing coefficients are defined. Then, according the characteristics that coefficients can be encoded, method and steps of using genetic algorithms to optimize coefficients are presented. Lastly, the accuracy analysis and comparison are made with Klobuchar based on the ionosphere VTEC produced by CODE. The results show that accuracy of the optimized model is improved. It has an improvement about 1~2 TECU than the low-order spherical harmonic function model with the same

* 国家高技术研究发展计划项目(2012AA121804)和第二代卫星导航重大专项项目(GFZX0301010105)共同资助

2014-04-30 收到原稿, 2014-08-19 收到修定稿

E-mail: kj15574978094@163.com

number of coefficients and can better reflect the daily change of VTEC and the characteristics which vary with latitude.

Key words Ionospheric delay correction model, Spherical harmonic function model, Optimized coefficient, Accuracy analysis

0 引言

电离层延迟是影响卫星导航系统导航性能的主要误差源之一^[1-2]. 单频接收机用户一般通过卫星播发的导航电文电离层延迟改正参数对电离层误差进行改正, 电离层延迟改正参数的精度直接影响接收机定位的精度^[3-5].

Klobuchar 模型是现有单频接收机广泛应用的电离层延迟改正模型之一, 该模型采用余弦函数的形式反映电离层周日变化特征, 参数设置直观简洁, 是一种比较实用有效的模型^[6-7]. 但是大量研究表明, Klobuchar 模型改正精度较低, 改正效果一般在 60% 左右^[8-9]. 低阶球谐模型具有较高的精度, 特别是对中高纬地区改进效果明显^[10-11]. 然而低阶球谐模型系数较多, n 阶球谐模型有 $(n+1)^2$ 个系数, 并且使用较低阶 ($n < 3$) 球谐模型进行电离层改正的精度不是很高. 中国地区南北跨度约 40°, 东西跨度约 60°, 电离层地域特征明显^[12], 球谐模型的平均特性使其不能很好反映这一特征.

本文通过对较高阶 ($n > 2$) 的球谐模型参数进行择优, 选择与实际电离层延迟观测值最吻合的模型作为改正模型, 以获取更加灵活的模型, 提高其对不同地域及时间等的适应度. 计算过程中球谐模型的计算结果有时会出现负值. 本文提出的参数择优模型在这方面有所改进. 基于以上情况, 本文利用遗传算法原理对球谐模型的系数进行择优, 比较研究了上述电离层模型的精度, 根据电离层本身的变化规律设计了多种分析方案并对参数择优模型的精度和特性进行了比较.

1 问题描述

电离层延迟改正模型的参数优化实质是模型参数的择优问题, 因此可以利用以下参数择优模型进行描述:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{\mathbf{T}} \quad \delta_{\text{VTEC}} = \sum_{i=1}^n |C_{\text{VTEC}}(\lambda_i, \varphi_i) - R_{\text{VTEC}}(\lambda_i, \varphi_i)|, \\ \text{s.t.} \\ \lambda_{\min} < \lambda_i < \lambda_{\max}, \\ \varphi_{\min} < \varphi_i < \varphi_{\max}. \end{array} \right. \quad (1)$$

其中, \mathbf{T} 为待择优的球谐函数参数集, VTEC 为电离层垂直电子总含量 (Vertical Total Electron Content, VTEC); λ, φ 分别为电离层穿刺点 (Ionosphere Pierce Point, IPP) 的地磁经纬度; $R_{\text{VTEC}}(\lambda_i, \varphi_i)$ 为电离层实测 VTEC, $C_{\text{VTEC}}(\lambda_i, \varphi_i)$ 为模型计算的 VTEC, 由低阶球模型计算得到, 其表达式为

$$C_{\text{VTEC}} = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n [A_{nm} \cos(m\lambda) + B_{nm} \sin(m\lambda)] P_{nm}(\cos \varphi). \quad (2)$$

式中, N 为球谐函数的阶数, $P_{nm}(\cos \phi)$ 为完全规则化的勒让德函数, A_{nm} 和 B_{nm} 为球谐函数系数. 参数集 \mathbf{T} 可表示为

$$\mathbf{T} = \{A_{00}, A_{10}, A_{11}, A_{20}, \dots, A_{nn}, B_{11}, B_{21}, B_{22}, B_{31}, \dots, B_{nn}\}. \quad (3)$$

从 \mathbf{T} 中择取部分参数组成新的参数集, 将这些参数代入模型可以计算出新的 VTEC, 若新的计算值与参考值更接近, 即表明模型参数得到了优化.

2 基于遗传算法的电离层改正模型参数择优方法

可以采用多种优化方法求解式 (1)~(3) 组成的优化问题. 分析式 (3) 可知, 对于某一参数, 如果用数字 1 表示选择, 数字 0 表示不选择, 则对于参数序列 \mathbf{T} , 可通过由 0 和 1 组成的二进制字符串来表示参数的选择, 从而对参数进行二进制编码.

2.1 电离层延迟改正模型参数拟合方法

对参数进行择优的前提是获得球谐函数参数集 \mathbf{T} , 这里采用最小二乘法进行参数拟合得到。对于实测 VTEC 序列, 建立如下观测方程:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X}. \quad (4)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \begin{bmatrix} R_{\text{VTEC}_1} \\ R_{\text{VTEC}_2} \\ \vdots \\ R_{\text{VTEC}_l} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{H} &= \begin{bmatrix} P_{00}(\cos \varphi_1) \cdots P_{nm}(\cos \varphi_1) \sin(m\lambda_1) \\ P_{00}(\cos \varphi_2) \cdots P_{nm}(\cos \varphi_2) \sin(m\lambda_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{00}(\cos \varphi_l) \cdots P_{nm}(\cos \varphi_l) \sin(m\lambda_l) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{X} &= \begin{bmatrix} A_{00} \\ A_{10} \\ \vdots \\ B_{nn} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

这里, R_{VTEC_j} ($j = 1, 2, \dots, l$) 为同一历元时刻不同 IPP 的 VTEC 实测值。

式(4)的最小二乘解为

$$\mathbf{X} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{Y}. \quad (5)$$

由于观测点距离较近导致观测矩阵秩亏等因素影响, 矩阵 $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$ 容易接近奇异, 最小二乘估计的结果会出现较大偏差, 为避免出现这种现象, 这里采用岭估计, 即

$$\mathbf{X} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \mathbf{K}\mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{Y} \quad (6)$$

最终求得待估参数 A_{nm} 和 B_{nm} 。

2.2 参数择优流程

参数择优模型本质上可从任意阶球谐函数的参数中选取任意个参数组成优化参数集, 这里取 3 阶共 16 个参数, 从中选取 9 个参数, 利用遗传算法 (Genetic Algorithms, GA) 求解, 参数择优步骤如下。

步骤 1 定义一个变量 $x \in [2^9 - 1, 2^{16} - 1]$, 初始话 x , 将其编码成 16 位的二进制数, 每一位分别对

应式(4)中系数矩阵 \mathbf{H} 中的一列, 即

$$x \in [x_{\min}, x_{\max}] \xrightleftharpoons[\text{解码}]{\text{编码}} \sum_{i=1}^L b_i 2^{i-1} \implies b_L b_{L-1} \cdots b_1. \quad (7)$$

其中, $b_L b_{L-1} \cdots b_1$ 表示编码后的二进制数。式(7)左边 x 表示十进制数, 右边表示二进制数 (定义符号 y)。

步骤 2 筛选 x , 使 $b_L b_{L-1} \cdots b_1$ 中有 9 位为 1, 其中 1 表示选择此列, 0 表示不选择, 即从原始系数矩阵中选取 9 列, 形成如下新的系数矩阵:

$$\mathbf{H} = (H_{i1}, H_{i2}, \dots, H_{in}) \implies \underbrace{(0110 \cdots 101)}_{\text{含 } 9 \text{ 个 } 1}. \quad (8)$$

步骤 3 利用新的系数矩阵, 由最小二乘法求得 9 个新参数, 根据新参数计算 VTEC。

步骤 4 根据最小二乘解的残差 δ_{VTEC} , 定义如下适应度函数:

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{(\delta_{\text{VTEC}})^T \delta_{\text{VTEC}}}{N - 9}}. \quad (9)$$

其中, N 为参与计算实例 VETC 的个数。

步骤 5 根据停止准则判断算法是否结束。若不满足结束条件, 则对 x 执行选择、交叉、变异等遗传操作, 得到新的 x 值, 返回步骤 2; 若满足结束条件, 输出 x 及对应的适应度值, 算法结束。

对于单频用户, 接收由卫星播发优化后的参数 x 及对应的 y ; 根据用户位置 (需要迭代计算) 和 y 计算得到 \mathbf{H} , 再根据式(4)计算得到 VTEC; 由映射算法得到信号传播路径上的电离层延迟。

3 仿真算例及结果分析

为评估参数择优模型的精度, 以 CODE 发布的电离层格网数据为参考值, 在纬度 $10^\circ\text{N} \sim 60^\circ\text{N}$, 经度 $70^\circ\text{E} \sim 140^\circ\text{E}$ 之间 (共 315 个网格点, 网格大小 $2.5^\circ \times 5^\circ$) 抽样选取 N 个网格点, 分别用参数择优模型、二阶球谐模型以及 Klobuchar 模型拟合一个年积日的数据 (自 00:00 UTC 起每两个小时拟合一次, 下个年积日重新拟合), 根据拟合得到的模型系数计算未被抽样网格点的 VTEC, 基于电离层周日及纬度变化等特征, 对计算值进行分析及精度验证。

3.1 RMS 比较

分别求得各模型 VTEC 计算值与参考值之间的

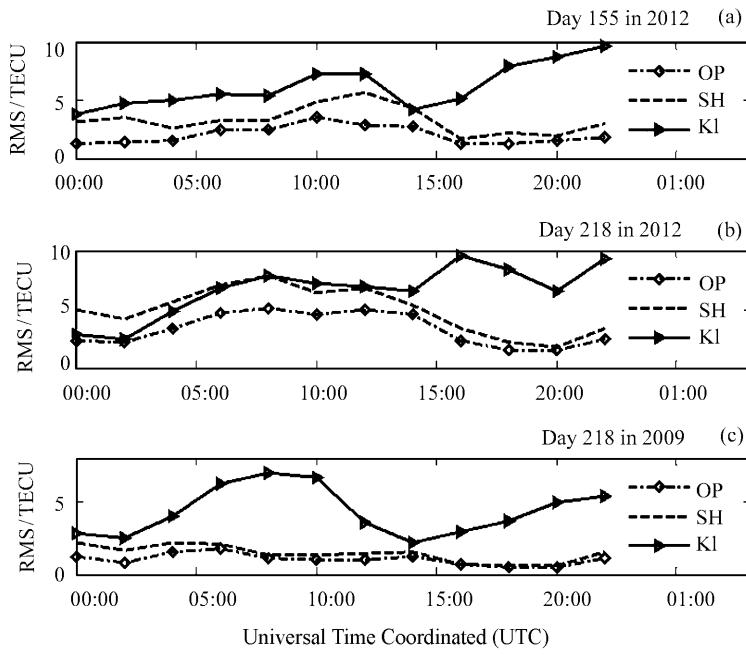


图 1 参数择优模型 (OP)、二阶球谐模型 (SH) 及 Klobuchar 模型 (KI) RMS 的比较

Fig. 1 RMS comparison between Optimized Parameter (OP), Spherical Harmonic function (SH) and Klobuchar (KI) models

均方差 RMS, 研究中所使用的数据覆盖了太阳活动高低年以及不同季节和不同纬度的变化, 结果表明本文提出的参数择优模型具有适用性。随机选取了 2009 年 (太阳活动低年) 第 218 天, 2012 年 (太阳活动高年) 第 155 天和第 218 天的数据进行仿真, 结果如图 1 所示。

从图 1 可以看出, 参数择优模型 RMS 最小, 说明本文提出的参数择优模型在区域上提高改正精度是可行的。在图 1 列出的太阳活动高年 2012 年的第 155 及 218 天, 参数择优模型比二阶球谐模型平均改进了 1~2 TECU; 二阶球谐模型在白天 RMS 较大, 最大可达到 6~8 TECU, 而参数择优模型的 RMS 总体趋势平稳, 这说明参数择优模型的计算与参考值基本一致, 没有明显偏差。三者之中 8 参数 Klobuchar 模型改正效果不显著, 尤其是在 14:00 UTC 后 RMS 较大。这是因为此时这一区域已进入夜间, Klobuchar 模型将晚间的电离层延迟看为一个常数, 造成了比较大的偏差。

在太阳活动低年 2009 年第 218 天, 参数择优模型比二阶球谐模型精度平均改进了约 1 TECU; 总体上看, 三个模型的 RMS 均有所降低, Klobuchar 模

型 RMS 较大, 但没有超过 7 TECU; 参数择优模型与二阶球谐模型的 RMS 不超过 3 TECU, 说明在太阳活动低年两个模型都能较好地反映电离层的变化情况, 而参数择优模型精度更高。这表明通过 GA 算法择优选出的模型参数表现出了对不同时间的较强适应性。

3.2 单点计算结果

分别将穿刺点坐标为 $(20^\circ\text{N}, 120^\circ\text{E})$, $(30^\circ\text{N}, 120^\circ\text{E})$, $(40^\circ\text{N}, 120^\circ\text{E})$, $(50^\circ\text{N}, 120^\circ\text{E})$ 的网格点第 218 天三个模型的 VTEC 计算值绘制成周日变化曲线, 与参考值进行比较, 结果如图 2 所示。另外抽取了若干个穿刺点, 求解出 2012 年第一天相同时刻参数择优模型计算值的具体改正精度, 并与二阶球谐模型进行对比, 结果列于表 1。

由图 2 可以看出, 根据参数择优模型计算值绘制的曲线与参考曲线能更好地吻合。在中高纬 50°N , 40°N , 30°N 时, 这种优势更明显。在纬度为 20°N 的较低纬度, 参数择优模型与二阶球谐模型的曲线基本一致, 与参考值偏差很小。另外, Klobuchar 模型在大尺度上反映了穿刺点一天的 VTEC 变化, 但是没有凸显细微变化。在白天, 较之二阶球谐模型, 参数择

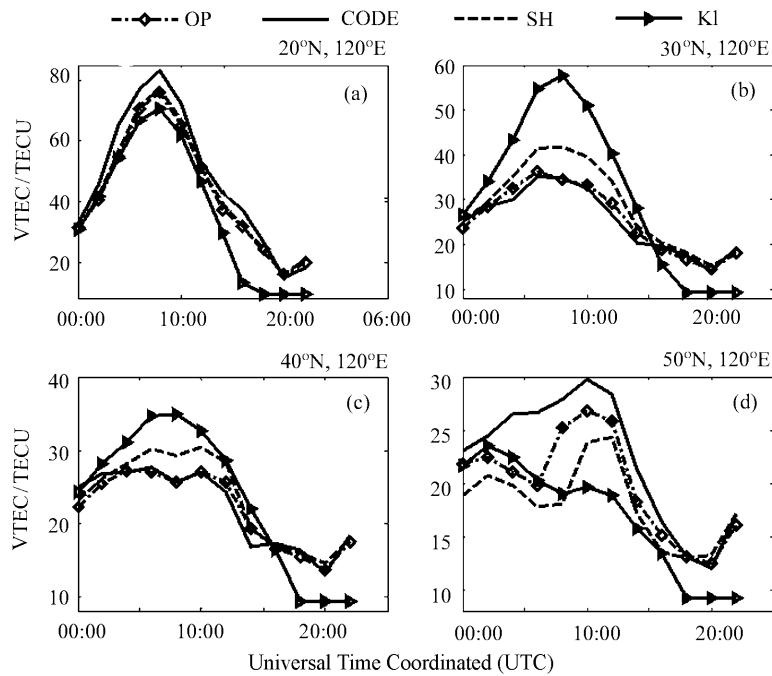


图 2 参数择优模型 (OP)、二阶球谐模型 (SH)、Klobuchar 模型 (KI) 及 CODE 不同穿刺点同一天的 VTEC 曲线
 Fig. 2 VTEC curves of Optimized Parameter(OP), Spherical Harmonic function(SH), Klobuchar(KI) models and
 CODE observation respectively at different IPPs in the same day

表 1 不同模型改正结果对比

Table 1 Comparison of corrections between the models

穿刺点		VTEC/TECU				改正百分比/ (%)	
纬度/(°)N	经度/(°)E	CODE 参考值	二阶球谐模型	参数择优模型	二阶球谐模型	参数择优模型	
17.5	95	64.3	55.2	58.0	85.84	90.27	
25	95	55.3	43.6	46.8	78.89	84.64	
32.5	85	33	37.2	34.2	87.34	96.22	
42.5	100	13.6	10.9	14.7	80.39	91.89	
52.5	85	14.6	11.6	13.0	79.75	89.38	
57.5	105	6.6	8.1	5.6	77.01	85.04	

优模型与参考值偏差更小。这说明受太阳活动的影响, 电离层 VTEC 在白天变化较大, 参数择优模型通过参数择优后能更好地反映电离层的变化情况, 对不同地域的适应性更强, 尤其是在中高纬区域, 参数择优模型比其他两个模型具有更高的精度。

表 1 列出了 2012 年第 1 天 10:00 UTC 时不同穿刺点的不同模型计算值及相对参考值的改正百分比, 从计算结果看, 二阶球谐模型的精度达到 77% 以上, 而参数择优模型的精度达到 84% 以上, 参数择优

模型的改正精度优于相同系数个数的二阶球谐模型, 能更好地表征电离层的变化情况。

3.3 VTEC 随纬度变化的特征分析

为检验参数择优模型能否反映电离层随纬度变化的性质, 将不同时刻各纬度的 VTEC 模型计算值与参考值进行对比, 以 2012 年第 218 天 06:00 UTC 和 18:00 UTC 为例给出了结果对比 (见图 3 和图 4)。

图 3 和图 4 分别给出经度为 70°E 和 110°E 时

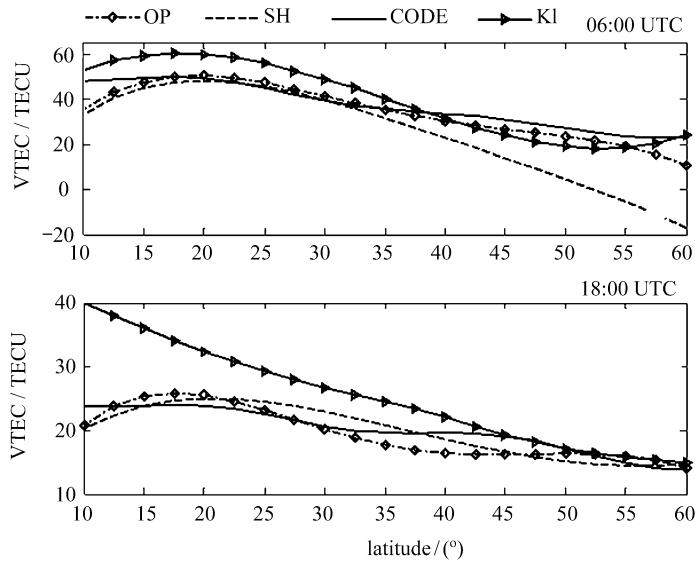


图 3 经度为 70°E 时 VTEC 随纬度的变化

Fig. 3 VTEC variation with latitude at 70°E

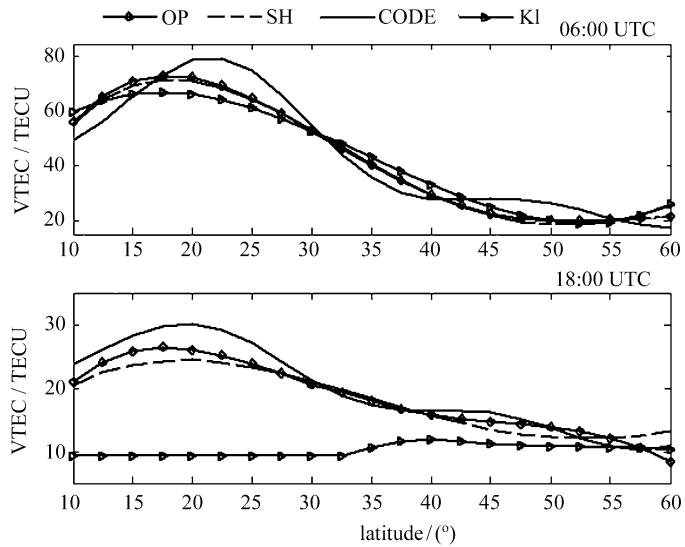


图 4 经度为 110°E 时 VTEC 随纬度的变化

Fig. 4 VTEC variation with latitude at 110°E

在 06:00 UTC 与 18:00 UTC 时刻三种模型计算的 VTEC 及参考值随纬度的变化情况, 从中可以看出参数择优模型较好地反映了电离层的纬度变化特征。在 06:00 UTC 时此区域为正午, 电离层延迟达到最大, 参数择优模型更好地体现了 VTEC 随纬度的起伏变化, 进一步说明参数择优模型在白天比其他两个模型具有更高精度。18:00 UTC 正值夜间, 电离层变化轻缓, 参数择优模型与二阶球谐模型均很好地反

映了 VTEC 的变化情况, 而 Klobuchar 模型在这方面有所欠缺。

另外, 在 06:00 UTC 二阶球谐模型计算出现了三次负值, 分别位于 (60°N, 70°E), (57.5°N, 70°E), (55°N, 70°E) 三个穿刺点, 与参考值产生了较大偏差, 而参数择优模型在计算过程中并未发现此类情况, 可以认为参数择优模型对于低阶球谐模型计算中出现负值的情况有所改善。

4 结论

综上分析, 从仿真结果可以初步得出以下结论.

(1) 不同年份不同年积日, 用参数择优模型计算的 VTEC 均具有较高精度, 表现出对不同时间的适应性.

(2) 在中高纬度地区, 对比其他两个模型, 利用参数择优模型计算出的 VTEC 与参考值更吻合, 表现出对不同地域的适应性.

(3) 参数择优模型在计算过程中未发现 VTEC 呈负值的情况.

电离层延迟改正模型参数是单频用户接收机进行导航定位的主要信息, 本文提出了一个基于 GA 算法的参数择优低阶球谐模型, 并通过对比分析验证了该模型的精度和有效性. 对不同区域和不同时间的仿真分析表明, 对于区域范围内的单频接收机, 参数择优低阶球谐模型可提高电离层延迟改正的精度, 具有较好的时间和空间适应性.

参考文献

- [1] Zhang Hongping, Ping Jinsong, Zhu Wenyao. Brief review of the ionospheric delay models [J]. *Prog. Astron.*, 2006, 24(1):16-25. In Chinese (章红平, 平劲松, 朱文耀, 等. 电离层延迟改正模型综述 [J]. 天文学进展, 2006, 24(1):16-25)
- [2] Huang Wengeng, Chen Yanhong, Shen Hua, Zhuang Chunbo. Study of ionospheric TEC horizontal gradient by means of GPS observations [J]. *Chin. J. Space Sci.*, 2009, 29(2): 183-187. In Chinese (黄文耿, 陈艳红, 沈华, 庄淳博. 用 GPS 观测研究电离层 TEC 水平梯度 [J]. 空间科学学报, 2009, 29(2): 183-187)
- [3] Zhang Hongping, Han Wenhui. Modeling global ionospheric delay with IGS ground-based GNSS observations [J]. *Geomat. Inf. Sci. Wuhan Univ.*, 2012, 37(10): 1186-1189. In Chinese (章红平, 韩文慧. 地基 GNSS 全球电离层延迟建模 [J]. 武汉大学学报, 2012, 37(10):1186-1189)
- [4] Yuan Yunbin, Huo Xingliang. Study on the models and methods of obtaining ionospheric delay of GPS signal precisely [J]. *Prog. Nat. Sci.*, 2006, 26(1):40-48. In Chinese (袁运斌, 霍星亮. 精确求定 GPS 信号的电离层延迟的模型与方法研究 [J]. 自然科学进展, 2006, 26(1):40-48)
- [5] Bidaire B, Warnant R. Ionosphere modeling for Galileo single frequency users: illustration of the combination of the NeQuick model and GNSS data ingestion [J]. *Adv. Space Res.*, 2010, 1(9):51-61
- [6] Yang Zhe, Song Shuli. Accuracy assessment of Klobuchar model and Nequick model in China [J]. *Geomat. Inf. Sci. Wuhan Univ.*, 2012, 37(6):704-708. In Chinese (杨哲, 宋淑丽. Klobuchar 模型和 NeQuick 模型在中国地区的精度评估 [J]. 武汉大学学报, 2012, 37(6):704-708)
- [7] Klobuchar J A. Ionospheric time-delay algorithm for single-frequency GPS users [J]. *IEEE Trans. Aeros. Elec. Syst.*, 1987, 23(3):325-331
- [8] Zhao Wei, Zhang Chengyi. Practical analysis and improvement of Klobuchar model [J]. *Chin. J. Space Sci.*, 2013, 33(6):624-628. In Chinese (赵威, 张成义. Klobuchar 模型的实用分析与改进 [J]. 空间科学学报, 2013, 33(6):624-628)
- [9] Li Weipeng, Li Jianwen. Study on the methods of updating Klobuchar ionospheric delay correction model [J]. *Sci. Surv. Mapp.*, 2009, 34(5): 49-51. In Chinese (李维鹏, 李建文. Klobuchar 电离层延迟改正模型精化方法的研究 [J]. 测绘科学, 2009, 34(5):49-51)
- [10] Schaefer S. Mapping and Predicting the Earth's Ionosphere Using the Global Positioning System [D]. Bern, Swiss: The University of Bern, 1999
- [11] Ola Ovstedal. Absolute positioning with single-frequency GPS receivers [J]. *GPS Solut.*, 2002, 5(4):33-44
- [12] Li Qiang, Ning Baiqi. Applications of the CMONOC based GNSS data in monitoring and investigation of ionospheric space weather [J]. *Chin. J. Geophys.*, 2012, 55(7):2193-2202. In Chinese (李强, 宁百齐. 基于陆态网络 GPS 数据的电离层空间天气监测与研究 [J]. 地球物理学报, 2012, 55(7):2193-2202)
- [13] Wang Ling. Intelligent Optimization Algorithms with Application [M]. Beijing: Tsinghua Press, 2001:36-61. In Chinese (王凌. 智能优化算法及其应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2001:36-61)