

导航星座自主运行平行系统的轨道计算方法

刘友红^{1,2} 黄文德² 盛利元¹

(1. 中南大学物理与电子学院, 长沙 410083;

2. 国防科技大学机电工程与自动化学院, 长沙 410073)

摘 要 构建一个能够与实际卫星导航系统长期保持时空一致的平行系统, 可为导航星座自主运行提供一个监视与评估平台。针对建设该平行系统所需的高逼真轨道计算问题, 引入平行系统理论的思想, 在分析历史精密轨道的基础上, 提出高精度轨道计算与预报方法。该方法以不断更新的精密轨道作为输入, 利用 PID 增量式算法或时变加权法进行数据平滑, 使得轨道计算结果始终与实际系统保持高度一致性。试验结果表明, 该方法可使卫星轨道计算的结果与实际卫星轨道长期保持在分米量级。

关键词 卫星导航 轨道计算 平行系统 时变加权法 PID 增量式算法

Orbit Calculation Method of Autonomous Navigation Constellation Parallel Systems

LIU You-hong^{1,2} HUANG Wen-de² SHENG Li-yuan¹

(1. College of physic and electronic, Central South University, Changsha 410083;

2. National University of Defense Technology, Changsha 410073)

Abstract In order to provide a monitoring and evaluation platform for the navigation constellation autonomous operation, a parallel system consisting with real satellite navigation system is need to be constructed. To solve the orbit calculating problem of high-fidelity simulation system, the theory of parallel systems is introduced, and the high-precision orbit calculation and prediction method is proposed based on the analysis of historical precise orbit. To make the results of orbit calculation keep highly consistent with the actual system, the continuous renewal precise orbit is taken as inputs, also the time-varying weighting method or PID incremental algorithm is applied to data smoothing. The results show that the satellite orbit calculation results keep an order of decimeter with the actual orbit.

Key words Satellite navigation Orbit calculation Parallel system Time-varying weighting method PID incremental algorithm

收稿日期: 2015-07-30, 修回日期: 2015-09-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41274023)

作者简介: 刘友红(1990-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向: 导航卫星轨道计算技术。

1 引言

目前,我国第二代卫星导航系统星间链路与自主运行试验任务已经启动。但国内导航星座自主运行技术与国外还有一定的差距,尚未建立成熟可靠的导航星座自主运行系统。因此,需要为导航星座自主运行建立一个可靠的监视与评估平台,而构建一个能与实际卫星导航系统长期保持时空一致的卫星导航仿真系统是一种有效的解决途径。轨道计算作为卫星导航仿真系统中必不可少的一部分,其结果与实际系统长期保持一致是构建与实际系统具有可比性的仿真系统的前提。

为获得高精度轨道计算结果,很多学者提出了相关的理论和方法。文献[1]建立了针对GPS(Global Positioning System)卫星的光压模型,提高了GPS卫星的短期轨道计算精度;文献[2]提出在进行轨道计算时将轨道积分和插值分离的方法,满足短期实时、高精度轨道计算的要求;文献[3]将神经网络与动力学模型相结合组合成混合轨道预报模型,可在一定程度上提高中长期轨道计算精度。但这些理论和方法存在长期轨道计算结果精度不高、轨道不连续等问题。

本文引入平行系统理论的思想^[4~7],提出一种轨道计算方法,该方法将仿真系统系统与实际卫星系统平行执行,使仿真系统从离线到在线,以不断更新的实际系统精密轨道重置积分器,使轨道计算结果长期保持高精度,并采用多积分器交替工作及利用PID(Proportion、Integration、Differentiation)增量式算法和时变加权法进行数据平滑,使得轨道计算结果与实际系统长期保持高度一致性,为构建卫星导航高逼真仿真系统提供技术基础。

2 问题描述

2.1 基于动力学模型的长期轨道计算发散问题

高精度轨道计算一般由高阶积分器和高精度动力学模型构成。KSG积分器由预报、校正和插值模型组成,是适用于二阶微分方程组的定阶、定步长多步法积分器^[8]。假定二阶方程与初始条件为

$$\begin{cases} \ddot{\vec{r}} = \vec{f}(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, t) \\ \vec{r}(t_0) = \vec{r}_0, \dot{\vec{r}}(t_0) = \dot{\vec{r}}_0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: \vec{r} ——卫星位置; $\dot{\vec{r}}$ ——卫星速度; $\ddot{\vec{r}}$ ——卫星加速度; \vec{f} ——卫星受力的总和。
即

$$\vec{f} = \vec{f}_0 + \vec{f}_{SL} + \vec{f}_{NSE} + \vec{f}_{REL} + \vec{f}_{SRP} + \vec{f}_{TIDE} \quad (2)$$

式中: \vec{f}_0 ——地球二体引力; \vec{f}_{SL} ——日月引力; \vec{f}_{NSE} ——地球非球形摄动力; \vec{f}_{REL} ——相对论效应摄动力; \vec{f}_{SRP} ——太阳光压摄动力; \vec{f}_{TIDE} ——固体潮摄动力。对于20 000km左右高度的导航卫星,必须考虑这些分力。

在既有动力学模型基础上利用KSG积分器对式(1)求解,由 t_n 至 t_{n+1} 步点的预报-校正公式如下

$$\text{预报: } \begin{cases} \vec{r}_{n+1}^p = \vec{r}_n + h \dot{\vec{r}}_n + h^2 \sum_{j=1}^i A_{j,i} \nabla^{j-1} \dot{\vec{r}}_n \\ \dot{\vec{r}}_{n+1}^p = \dot{\vec{r}}_n + h \sum_{j=1}^i B_{j,i} \nabla^{j-1} \dot{\vec{r}}_n \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{校正: } \begin{cases} \vec{r}_{n+1} = \vec{r}_{n+1}^p + h^2 A_{i+1,i} \nabla^i \dot{\vec{r}}_{n+1}^p \\ \dot{\vec{r}}_{n+1} = \dot{\vec{r}}_{n+1}^p + h B_{i+1,i} \nabla^i \dot{\vec{r}}_{n+1}^p \end{cases} \quad (4)$$

式中: i ——积分器阶数; h ——积分步长; A 、 B ——积分器系数; ∇ ——后差分算子。

非整步点的解由插值公式求出。设插值时刻 $t = t_{n+\mu} = t_n + \mu h$, 其中 μ 为小于零的实数, 它满足 $n + \mu - 1 \leq n + \mu \leq n$, 则以 $t_j (j = n - \mu - 1, \dots, n - i + 1)$ 为步点的插值公式为

$$\begin{cases} \vec{r}_{n+\mu} = \vec{r}_n + \mu h \dot{\vec{r}}_n + (\mu h)^2 \sum_{j=1}^i A_{j,\mu} \nabla^{j-1} \dot{\vec{r}}_n \\ \dot{\vec{r}}_{n+\mu} = \dot{\vec{r}}_n + \mu h \sum_{j=1}^i B_{j,\mu} \nabla^{j-1} \dot{\vec{r}}_n \end{cases} \quad (5)$$

取PRN1号卫星在2014年1月2日0时的轨道实测值,结合对应的动力学模型,由KSG积分器式(3)、式(4)和式(5)计算出卫星轨道,与IGS(International GNSS Service)精密星历比较,可得平行系统轨道与实际系统轨道之间的误差曲线。图1给出了平行系统轨道X方向随时间变化的误差曲线,Y方向和Z方向的误差类似。由图1可见,卫星轨道计算误差呈周期性振荡,振幅指数式增长,前3天不超过1m,9天后则超过了10m,且其周期与卫星绕行周期相近。这就是说,基于动力学模型的长期轨道计算结果是发散的,不能收敛于实际卫星轨道。

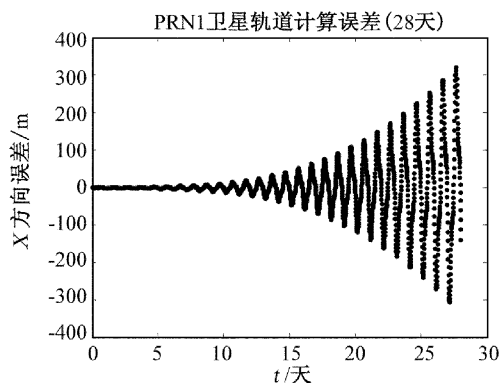


图1 轨道计算结果与 IGS 精密星历比较

2.2 基于历史精密轨道的轨道计算不连续问题

初始轨道和力学模型精度决定卫星轨道计算精度。在式(2)中,日月引力、地球非球形摄动力、相对论效应、地球等摄动力模型可以精确给出,太阳辐射压摄动模型难以精确给出^[9-10]。为了抑制长期轨道计算的发散,解决方法是将实际系统的即时实测轨道和太阳光压数据作为平行系统积分器的输入,即时校正轨道计算的偏差。图2给出了对应图1前3天的即时校正后的轨道误差曲线。图中,取每天0时刻实测数据(初始轨道和光压参数)作为积分器的输入,这时轨道计算精度保持在0.3m内。但出现了不连续问题,即每天起始时刻与前一天结束时刻的轨道计算结果不连续,重置积分器输入导致了轨道计算结果出现跳变,无法与实际系统保持一致性。

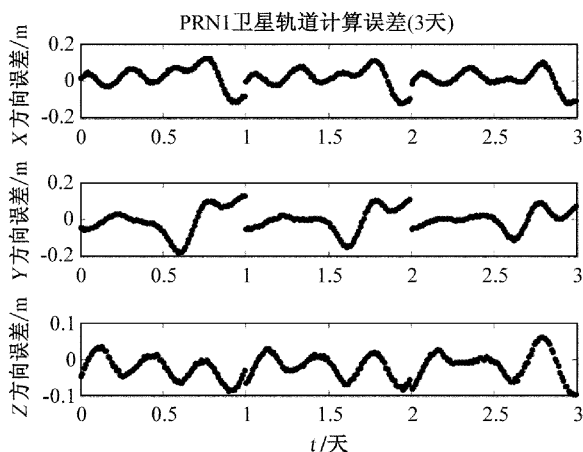


图2 PRN1 卫星基于历史精密轨道的轨道计算误差

3 基于精确动力学参数的轨道预报与平滑方法

针对图2重置积分器时轨道计算结果出现跳变

的问题,采用多个积分器分别计算重置时间点后一小段时间的轨道值,然后以PID增量式算法将误差较大的轨道值不断逼近误差较小的轨道,或将多个轨道值以时变加权方式相加,从而完成从前一时间段到后一时间段轨道的连续过渡的解决方案。具体方法如下。

3.1 精确轨道动力学参数的轨道计算方法

分别设 P_1 和 P_2 为积分器1和积分器2计算所得轨道, P 为最终计算所得轨道,改进的轨道计算式为

$$P = \begin{cases} P_1 & 0 \leq t < D \\ \alpha P_1 + \beta P_2 & Di \leq t < Di + Ch \\ P_2 & Di + Ch \leq t < D(i+1) \\ \beta P_1 + \alpha P_2 & D(i+1) \leq t < D(i+1) + Ch \\ P_1 & D(i+1) + Ch \leq t < D(i+2) \end{cases} \quad i = 1, 3, 5, \dots, 2n+1 \quad (6)$$

式中: $D = 86400s$ ——一天的时间; α, β ——可变权重系数; Ch ——两个积分器共同工作的时间段; C ——整数。

两个积分器交替工作,在 $D(i-1)$ 时刻重置参数并开始积分,在 $(Di + Ch)$ 时刻停止积分。

3.2 基于精确轨道动力学参数的轨道预报方法

与轨道计算方法类似,可通过三个积分器和延长积分器每次工作的时间实现轨道预报结果连续并长期保持高精度。分别设 P_1, P_2 和 P_3 为积分器1、积分器2和积分器3计算所得轨道, P 为最终计算所得轨道,改进的轨道预报式为

$$P = \begin{cases} P_1 & 0 \leq t < D \\ \alpha P_1 + \beta P_2 & Di \leq t < Di + Ch \\ P_2 & Di + Ch \leq t < D(i+1) \\ \alpha P_2 + \beta P_3 & D(i+1) \leq t < D(i+1) + Ch \\ P_3 & D(i+1) + Ch \leq t < D(i+2) \\ \beta P_1 + \alpha P_3 & D(i+2) \leq t < D(i+2) + Ch \\ P_1 & D(i+2) + Ch \leq t < D(i+3) \end{cases} \quad i = 1, 4, 7, 10, \dots \quad (7)$$

式中: Ch ——三个积分器同时工作的时间。三个积分器交替工作,在 $D(i-1)$ 时刻重置参数并开始积分,在 $(2Di + kh)$ 时刻停止积分。

3.3 轨道数据平滑方法

式(6)和式(7)中可变权重系数 α 和 β 的作用是使重置时间点前后两时间段轨道计算的结果实现平稳连续过渡。可采用PID增量式算法或时变加权

法确定 α 和 β 。

3.3.1 PID 增量式算法

要使轨道计算结果连续平滑,须将先启动的积分器计算结果逐渐靠近后启动的积分器计算结果,因此,将后启动的积分器结果 P_2 视为给定值,将先启动的积分器结果 P_1 视为实际输出值,通过将两者偏差的比例、积分和微分进行线性组合形成控制量,使两个积分器平滑切换。PID 增量式算法原理公式为

$$u(n) = K_p \left\{ e(n) + \frac{T}{T_i} \sum_{i=0}^n e(n) + \frac{T_D}{T} [e(n) - e(n-1)] \right\} + u_0 \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Delta u(n) &= u(n) - u(n-1) \\ &= K_p [e(n) - e(n-1)] + K_p \frac{T}{T_i} e(n) + \\ &\quad K_p \frac{T_D}{T} [e(n) - 2e(n-1) + e(n-2)] \end{aligned} \quad (9)$$

式中: K_p $K_i = \frac{T}{T_i}$ $K_d = \frac{T_D}{T}$ ——PID 三个控制参数,采用归一参数整定法求得 K_p K_i K_d ,即根据齐格勒—尼柯尔斯经验公式,令 $T = 0.1T_r$, $T_i = 0.5T_r$, $T_D = 0.125T_r$, T_r 为纯比例控制作用下的临界振荡周期; T ——采样周期; $u(n)$ ——实际输出值经处理后的结果; $e(n)$ ——给定值与实际输出值的偏差,即

$$e(n) = P_2|_{t=Di+nh} - P_1|_{t=Di+nh} \quad (10)$$

根据 PID 控制算法理论得

$$P|_{t=Di+nh} = P_1|_{t=Di+nh} + \Delta u(n) \quad (11)$$

又由式(6)可知

$$\begin{aligned} P|_{t=Di+nh} &= \alpha P_1|_{t=Di+nh} + \beta P_2|_{t=Di+nh} \\ Di \leq t &< Di + t_m \end{aligned} \quad (12)$$

联合式(9)~式(12)可解得 α 和 β 的值。其它情况也可采用此方法求得 α 和 β 。

多积分器同时工作时,采用 PID 增量式算法进行数据平滑,使得先启动的积分器计算结果逐渐靠近后启动的积分器计算结果,从而实现轨道计算结果连续,实现数据平滑的功能。

3.3.2 时变加权平滑方法

时变加权法通过使误差较大的分目标权因子值随着时间等间隔减小,直至为 0,而将误差较小的分目标权因子值随着时间等间隔增大,直至为 1,使总目标不断靠近误差较小的分目标。其原理公式如下

$$\alpha = \frac{1}{C} (C - k) \quad \beta = 1 - \alpha$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, C \quad (13)$$

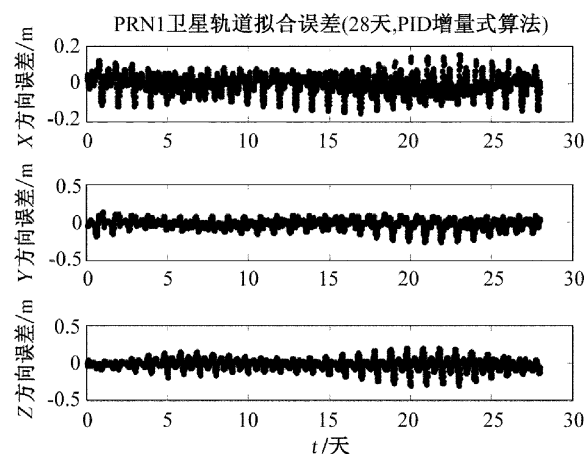
多积分器同时工作时,将源积分器的权因子值 α 随着时间由 1 至 0 等间隔减小,而将目标积分器权因子值 β 随着时间由 0 至 1 等间隔增大,从而使多个积分器的轨道计算数据连续,实现了数据平滑功能。

4 仿真实验及结果分析

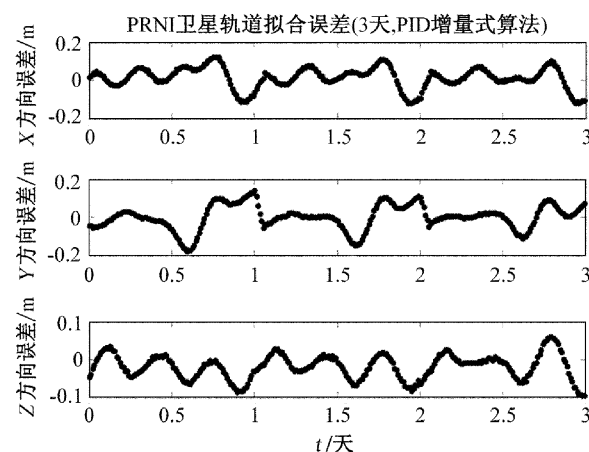
为了验证本文提出的导航星座轨道计算方法可使轨道计算结果始终与实际卫星导航系统保持高度一致,以 2014 年 1 月 2 日 0 时刻作为起始时刻,对 PRN1 卫星进行轨道计算,得到如下仿真结果。

4.1 轨道计算结果

针对图 1 的轨道发散和图 2 的轨道在重置点不连续问题,采用式(6)计算卫星轨道及 PID 增量式算法进行数据处理,结果如图 3 所示,其中 $Ch = 5000s$ 。



(a) PRN1 轨道计算 28 天的误差



(b) PRN1 轨道计算 3 天的误差

图 3 PRN1 轨道计算误差(PID 增量式算法)

由图 3(a) 可知, PRN1 号卫星的轨道计算误差长期保持在 0.3m 内, 由图 3(b) 可知, 采用 PID 增量式算法对两个积分器同时工作时的数据进行处理可使轨道计算结果卫星位置连续。

图 4 给出了两积分器同时工作时的卫星加速度计算结果, 由图可知 PID 增量式算法能够实现两个积分器同时工作时卫星加速度的连续, 表明采用 PID 增量式算法进行数据平滑可使积分器平滑切换, 实现卫星位置速度连续。

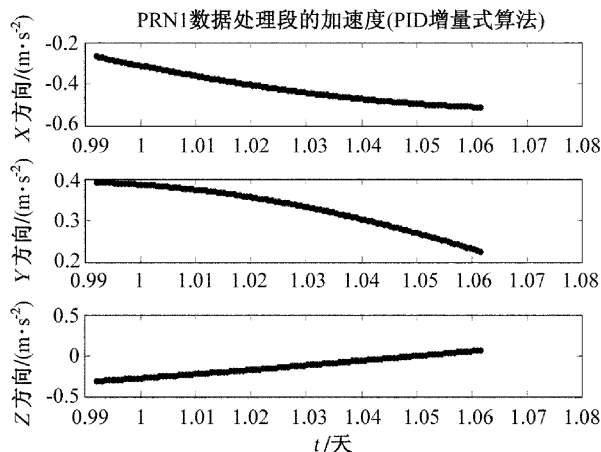


图 4 PRN1 卫星数据处理段加速度(PID 增量式算法)

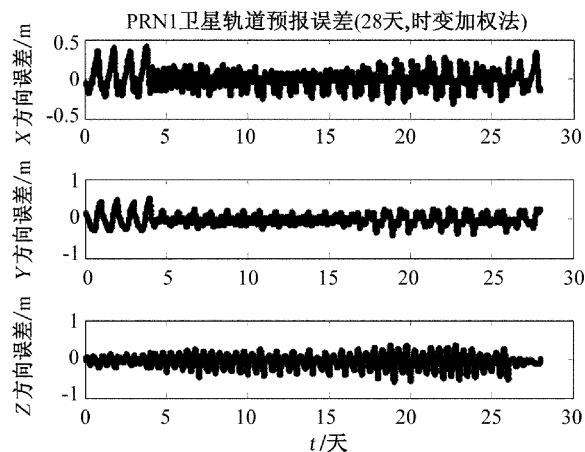
4.2 轨道预报结果

同样, 采用三个积分器进行轨道预报时也存在重置点轨道预报结果不连续问题, 采用式(7)进行轨道预报及时变加权法进行数据平滑, 结果如图 5 所示, 其中 $Ch = 4\ 000s$ 。

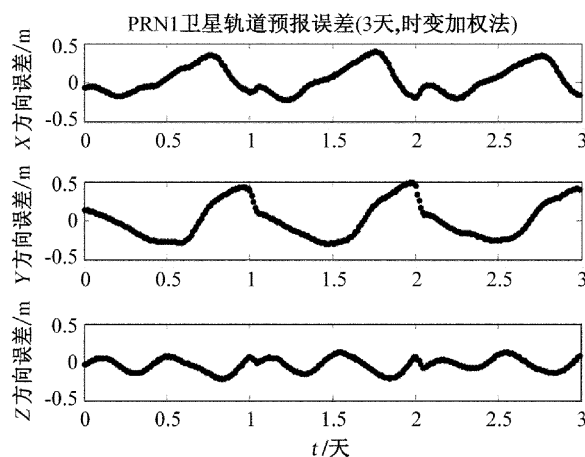
由图 5(a) 可知, PRN1 号卫星的轨道预报误差长期保持在 0.6m 内, 由图 5(b) 可知, 采用时变加权法对多个积分器同时工作时的数据进行平滑可使轨道预报结果卫星位置连续。

图 6 给出了多积分器同时工作时的卫星加速度计算结果, 由图可知时变加权法能够实现多积分器同时工作时卫星加速度连续, 表明采用时变加权法进行数据平滑可使积分器平滑切换, 实现卫星位置速度连续。

由以上可知, 采用 PID 增量式算法和时变加权法进行数据处理都可使积分器平滑切换, 卫星轨道计算与预报结果连续。因此, 采用本文提出的方法可使卫星轨道计算结果始终与实际卫星导航系统保持高度一致性。



(a) PRN1 卫星轨道预报 28 天的误差



(b) PRN1 卫星轨道预报 3 天的误差

图 5 PRN1 卫星轨道预报误差
(时变加权法)

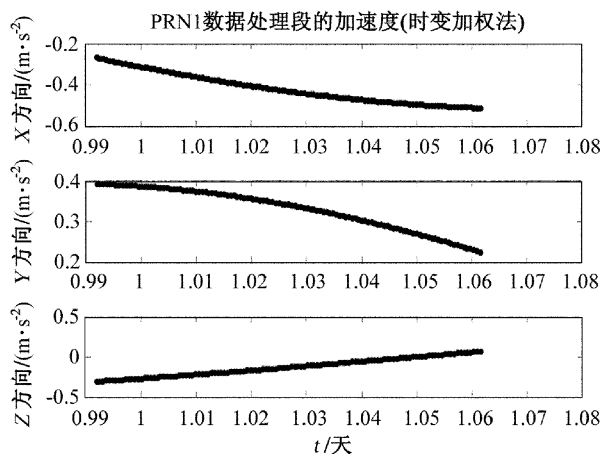


图 6 PRN1 号卫星数据处理段加速度
(时变加权法)

(下转第 27 页)

作为陪检工具,以排列互比法得到的圆光栅检验仪准确度,当被检工件是电子经纬仪直径较小、线数较少的光栅盘时,其测量不确定度将远大于用排列互比法测得的测角设备的准确度。这些问题都需通过量值统一与溯源的活动,才能解决。

长度和角度具有完全不同的温度特性,由于物体的长度随温度变化,因此规定了标准温度,长度计量测试需在恒温实验室中进行,而圆分度角由于测角元件是圆形的,温度仅引起测角元件直径的变化,不影响分度角,因此只要测角元件各部位的温度相同,即温度均衡,就可以正常工作,因此圆分度角原理上只需保持温度均衡,不要求工作于标准温度。圆分度角对温度不敏感的特性也是非常有用的,依据这个特性,制成了能用于野外环境条件的测角仪器,最具代表性的是经纬仪,可在 $+50^{\circ}\text{C}$ 至 -20°C 温度范围内正常工作,军用经纬仪类仪器则进一步要求最低环境温度扩展至 -40°C 。

5 结束语

依据以上分析,建议对平面角及其单位作如下修改:平面角,简称“角度”,是基本量。平面角的单位“度、(角)分、(角)秒”,是基本单位。建议以“度、(角)分、(角)秒”作为基本单位,是因为已经得到了比弧度更广泛的应用,而且便于圆的等分,“度、(角)分、(角)秒”也可用带小数的“度”表达,以免去60进制运算,“弧度”则作为导出单位。

为了全面认识平面角,并对平面角是基本量进行更有力的论证,尚需讨论平面角所包涵的范围和分类的方法,为此作者拟在本刊另行专题论述。

参考文献

- [1] 孙方金,王姜婷.定向原理与方位角的传递[M].北京:中国宇航出版社,2014.
- [2] 孙方金.角度计量测试技术—排列互比法[J].中国计量,1997,(25):49~51.

(上接第18页)

5 结束语

本文引入平行系统理论的思想,提出了固定时间间隔(一天),利用实际系统的实测数据(初始轨道和太阳光压系数)更新积分器使轨道计算的结果长期保持高精度,并利用多积分器交替工作以及采用时变加权法和PID增量式算法处理多积分器同时工作时的数据,使轨道计算结果连续。试验结果表明,采用该方法可使轨道计算结果与实际卫星轨道长期保持一致。

参考文献

- [1] SPRINGER T A, BEUTLER G, ROTHACHER M. New Solar Radiation Pressure Model for GPS Satellites [J]. GPS Solutions, 1999, 2(3): 50~62.
- [2] 黄文德,王威,郝晓宁.卫星导航系统中实时高精度轨道计算方法设计与实现[C].南京:2008年航空宇航科学与技术全国博士生学术论坛,2008:29~36.
- [3] 周建华,杨龙,徐波等.一种导航卫星中长期轨道预报方法[J].测绘学报,2011,40:39~45.
- [4] F.-Y. Wang, "Computational theory and methods for complex systems," China Basic Sci., Vol. 6, No. 41: 3~10, 2004.
- [5] F.-Y. Wang, "Artificial societies, computational experiments, and parallel systems: An investigation on computational theory of complex social economic systems," Complex Syst. Complexity Sci., Vol. 1, No. 4: 25~35, 2004.
- [6] Wang F Y. Parallel control and management for intelligent transportation systems: concepts, architectures, and applications [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2010, 11(3): 630~638.
- [7] 黄文德,王威,徐昕,等.基于ACP方法的载人登月中止规划的计算实验研究[J].自动化学报,2012,38(11):1794~1803.
- [8] 刘林. Adams-Cowell方法与KSG积分器的比较.紫金山天文台台刊,1998,17(1):20~29.
- [9] T. A Springer, G. Beuter, M. Rothacher. A New Solar Radiation Pressure Model for the GPS Satellites. GPS Solutions [M], 1998.
- [10] Y. E. Bar-Sever, New and Improved Solar Radiation Pressure Models for GPS Satellites Based on Flight Data, JPL Report (internal document), Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, California, 1997.